Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 3. tammikuuta, 2007

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 ($10p$)

(a) Määrittele seuraavat käsitteet: *totuusjakelu*, *virheetön todistusjärjestelmä* ja *muuttujaton termi*. ($3 \times 2p$)

(b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\phi \equiv \psi$?

Osoita yksityiskohtaisesti, että $\phi \equiv \psi$, jos ja vain jos $\models \phi \leftrightarrow \psi$. ($4p$)

Tehtävä 2 ($10p$) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

(a) $\models (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C)$

(b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 ($10p$) Johda lauseelle

$$\neg(\forall x A(x) \wedge \forall x B(x) \rightarrow \forall x(A(x) \wedge B(x)))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 ($10p$) Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkkijonot "", "a", "b", "aa", "ab", "ba", "bb", ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \ldots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista e, joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa "", ja yksipaikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen a tai b merkkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b(\text{""})) = a(\text{"}b\text{"}) = \text{"}ab\text{"}$.

(a) Määrittele predikaatti $O(x) =$ "kirjaimen a esiintymien lukumäärä merkkijonossa x on pariton" predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.

(b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models O(a(b(a(e)))).$$

Tehtävä 5 ($10p$)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\texttt{if(}B\texttt{) then \{}C_1\texttt{\} else \{}C_2\texttt{\}}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2.

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `Diff`:

```
v=0; z=0; while(!(z==y)) {z=z+1; v=v-1}; v=v+x.
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{Diff}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.