Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 1. marraskuuta, 2006

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 $(10p)$

(a) Määrittele seuraavat käsitteet: *jäsennyspuu*, *atomikaava* ja *nimeämissubstituutio*. $(3 \times 2p)$

(b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\models \phi$?

Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\models \phi$ ja $\models \neg\phi \vee \psi$, niin $\models \psi$. $(4p)$

Tehtävä 2 $(10p)$ Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

(a) $\models (A \to B) \wedge (\neg A \to C) \to (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$

(b) $\{\forall x \exists y(P(x) \to Q(y)), \forall x P(x)\} \not\models \forall y Q(y)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 $(10p)$ Johda lauseelle

$$\neg(A(c) \wedge \forall x(\neg B(x) \to \neg A(x)) \to \exists x B(x))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 $(10p)$ Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkkijonot "", "a", "b", "aa", "ab", "ba", "bb", ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \ldots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista e, joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa "", ja yksipaikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen a tai b merkkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b(\text{""})) = a(\text{"}b\text{"}) = \text{"}ab\text{"}$.

(a) Määrittele predikaatti $AB(x) =$ "merkkijono x on muotoa $abab\ldots ab$, missä merkkijono ab toistuu $n \geq 0$ kertaa" predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.

(b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models AB(b(a(e))).$$

Tehtävä 5 $(10p)$ Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\texttt{if(}B\texttt{) then \{}C_1\texttt{\} else \{}C_2\texttt{\}}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2.

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `Subtract`:

```
z=0; v=x; while(!(z==y)) {z=z+1; v=v-1}.
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{Subtract}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.