Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 21. elokuuta, 2006

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 (10p)

(a) Määrittele seuraavat käsitteet: *teoreema*, *Herbrand-universumi* ja *substituutioiden kompositio*. ($3 \times 2p$)

(b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\models \phi \leftrightarrow \psi$?

Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\models \phi$ ja $\models \phi \leftrightarrow \psi$, niin $\models \psi$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

(a) $\models (A \to B \vee D) \wedge (C \to D) \to (((A \to B) \to C) \to D)$

(b) $\{\forall x(P(x) \to R(x)), \forall x(\neg Q(x) \to \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \to Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \to \forall x(A(x) \vee B(x)))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \ldots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Määrittele predikaatit $D(x) =$ "x on kolmella jaollinen" ja $I(x) =$ "x ei ole kolmella jaollinen" predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut edellä kuvatulla tavalla esitettynä.

(b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x(D(x) \wedge I(x)).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\texttt{if(}B\texttt{) then \{}C_1\texttt{\} else \{}C_2\texttt{\}}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2.

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `Diff`:

```
v=0; z=0; while(!(z==y)) {z=z+1; v=v-1}; v=v+x.
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{Diff}\ [\texttt{v==x-y}].$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.