Teknillinen korkeakoulu, tietojenkäsittelyteorian laboratorio TJ

T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 16. toukokuuta, 2006

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 (10p)

(a) Määrittele seuraavat käsitteet: *disjunktiivinen normaalimuoto*, *täydellinen todistusjärjestelmä* ja *yleisin unifioija*. ($3 \times 2p$)

(b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\Sigma \models \phi$?

Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\Sigma \models \phi$ ja $\Sigma \subseteq \Gamma$, niin $\Gamma \models \phi$. ($4p$)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

(a) $\models (((A \to B) \to C) \to D) \to (A \to B \vee D) \wedge (C \to D)$

(b) $\models \forall x(P(x) \to Q(x)) \to \neg\exists y(\neg Q(y) \wedge P(y))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\exists x(A(x) \vee B(x)) \to \exists x A(x) \vee \exists x B(x))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \ldots$ muuttujattomilla termeillä 0, $s(0)$, $s(s(0))$,..., jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s, joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x.

(a) Määrittele predikaatit $O(x) =$ "x on pariton" ja $E(x) =$ "x on parillinen" predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut.

(b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x(O(x) \wedge O(s(x))).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\texttt{if(}B\texttt{) then \{}C_1\texttt{\} else \{}C_2\texttt{\}}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2.

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `Minus`:

```
v=0; v=v-x; z=y; while(!(z==0)) {z=z-1; v=v+1}.
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{Minus}\ [\texttt{v==y-x}].$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.