

Kotitehtävät 29.10.2001

(Viimeinen palautuspäivä täysillä pisteillä 12.11.2001. Jokaiseen vastauspaperiin nimi, opiskelijanumero, tehtävän päiväys sekä numero.)

1. a) Ilmaise kaikki CTL-logiikan seuraavan hetken (nexttime) operaattorit operaattorin \mathbf{EX} avulla jos mahdollista.
b) Anna Kripke-malli, jossa LTL-lause $\mathbf{F}^+\mathbf{G}^+p$ ja CTL-lause $\mathbf{AF}^+\mathbf{AG}^+p$ eroavat (jossa LTL-lause on sekvenssi-pätevä (sequence-valid) mutta CTL-lause ei ole puu-pätevä (tree-valid) tai päinvastoin).
c) Anna Kripke-malli, jossa LTL-lause $\mathbf{G}^+\mathbf{F}^+p$ ja CTL-lause $\mathbf{AG}^+\mathbf{EF}^+p$ eroavat.
d) Anna luonnollinen malli, jossa operaattori $\mathbf{G}^{2n}\varphi$ on tosi (valid) muttei lause $\mathbf{G}_{\text{LTL}}^{2n}\varphi$. Tee samoin lauseelle $\mathbf{G}_{\text{FOL}}^{2n}\varphi$. (Ko. operaattori ja lauseet on määritelty artikkelissa Clarke/Schlingloff, s. 1657.)

2. a) Anna malli, jossa μTL -lause $\mu q_1\mathbf{X}(p_1 \vee p_2 \vee q_1)$ on tosi.
b) Tarkastellaan kuvan 3 (Clarke/Schlingloff, s. 1667) Büchi-automaattia. Hyväksyykö se sanan

$$\{p_1, p_2\}, \{p_1, p_2\}, \{p_2\}, \{p_1, p_2\}, \{p_2\}, \{p_1, p_2\}, \{p_2\}, \{p_1, p_2\}, \dots$$

Perustele vastauksesi (anna tarvittaessa funktio ρ).

- c) Anna ω -säännöllistä lauseketta $(p_1 + p_2)^+$; $(\neg p_1; \neg p_2)^\omega$ vastaava Büchi-automaatti.
d) Anna LTL-lausetta $\mathbf{F}^+(p \Rightarrow \mathbf{X}p)$ vastaava Büchi-automaatti (automaatti, joka hyväksyy LTL-lauseen määrämän kielen).
3. a) Anna kaksi elävyyssominaisuutta, joiden leikkaus ei ole elävyyssominaisuus.
b) Tarkastellaan kuvan 9 (Clarke/Schlingloff, s. 1683) mallia $M_v = (U, I, s_0)$ (vasemmalla ylhäällä), jossa mallin tilat on nimetty siten, että ylin on s_0 , keskellä vasemmalta oikealle tilat s_1, s_2, s_3 ja alin on s_4 . Kielessä on kaksi atomista propositiota eli $\mathcal{P} = \{p, q\}$ ja $I(p) = \{s_0, s_4\}$, $I(q) = \{s_1, s_2, s_3\}$ ja relaatio r , joka on kuvaan merkittyjen relaatioiden a ja b unioni. Anna heikosti reilu transitio-järjestelmä, jonka hyväksymä kieli on sama kuin mallin M_v generoima kieli.

Konstruoi tuloautomaatti $M_A \times M_\varphi$ (Clarke/Schlingloff, s. 1672), missä M_A on edellä rakennettu heikosti reilu transitio-järjestelmä ja M_φ on LTL-lausetta $\varphi = \mathbf{G}^*p$ vastaava automaatti.

4. a) Tarkastellaan kuvan 10 (Clarke/Schlingloff, s. 1683) malleja $M_1 = (U_1, I_1, w_1)$ ja $M_2 = (U_2, I_2, w_2)$. Olkoon kielessä on kaksi atomista propositiota eli $\mathcal{P} = \{p, q\}$ ja relaatiot a ja b (annettu kuvassa). Anna tulkinnat $I_i(p)$ ja $I_i(q)$ ($i = 1, 2$) siten, että voit antaa simulaatiorelaatiot $M_1 \xrightarrow{a} M_2$ ja $M_2 \xrightarrow{b} M_1$.
b) Tarkastellaan kuvan 9 (Clarke/Schlingloff, s. 1683) malleja M_v (vasemmalla ylhäällä) ja M_k (keskellä ylhäällä). Olkoon kielessä on kaksi atomista propositiota eli $\mathcal{P} = \{p, q\}$ ja olkoon tilat nimetty kummassakin mallissa kuten kuten kohdassa 3b) ja tulkinnat $I(p)$ ja $I(q)$ kuten kohdassa 3b). Anna suurin simulaatiorelaatio (largest simulation relation) \xrightarrow{a} siten, että $M_v \xrightarrow{a} M_k$.
c) Anna ko. malleille M_v ja M_k bisimulaatio relaatio.
d) Rakenna mallille M_k suurin auto-bisimulaatio.