

## Kotitehtävät 22.10.2001

(Viimeinen palautuspäivä täysillä pisteillä 5.11.2001. Jokaiseen vastauspaperiin nimi, opiskelijanumero, tehtävän päiväys sekä numero.)

1. Olkoon  $\mathcal{P} = \{p, q\}$  ja  $\mathcal{R} = \{R, Q\}$ . Anna kullekin alla olevista lauseista ao. logiikan mukainen malli, jossa lause on tosi (valid).
  - a)  $\forall t_1 \exists t_2 (R(t_0, t_1) \wedge Q(t_2, t_1) \wedge (p(t_1) \leftrightarrow \neg q(t_2)))$
  - b)  $(\neg \mathbf{X}\top \wedge \neg \mathbf{X}\perp) \wedge (\mathbf{G}^+ \perp \wedge \neg \mathbf{G}^* p)$
  - c)  $\mathbf{F}^+(\neg p \mathbf{U}^- q)$
  - d)  $\neg \mathbf{X} p \wedge X p \wedge (\neg p \mathbf{U}^* \mathbf{F}^- p)$
2.
  - a) Anna lausetta  $\mathbf{F}^- p \vee \neg \mathbf{G}^+ q$  vastaavaa ensimmäisen kertaluvun lause (standardikäänös), kun  $p$  ja  $q$  ovat atomisia propositioita.
  - b) Logiikassa LTL operaattori  $\mathbf{G}^\pm$  on määritelty lyhennysmerkintänä. Anna lausetta  $\mathbf{G}^\pm p$  vastaava LTL-lause, jossa temporaalioperaattoreista on käytetty ainoastaan operaattoreita  $\mathbf{U}^+$  ja  $\mathbf{U}^-$ . Perustele vastauksesi.
  - c) Määritellään operaattorin  $\mathbf{B}$  totuusehto seuraavasti:  
$$(U, I, w_0) \models \varphi \mathbf{B} \psi \text{ joss kaikille } w_1 \in U, \text{ joille } w_1 > w_0, \text{ pätee: jos } (U, I, w_1) \models \psi, \text{ niin on olemassa } w_2 \in U \text{ siten, että } w_2 < w_1 \text{ ja } (U, I, w_2) \models \varphi$$
Anna operaattorin  $\mathbf{B}$  määritelmä operaattorin  $\mathbf{U}^+$  avulla luonnollisille malleille (natural models). Perustele vastauksesi.
  - d) Määritellään luonnollisille malleille operaattori  $\mathbf{R}^+$  seuraavasti:  
$$(\varphi \mathbf{R}^+ \psi) \hat{=} \neg(\top \mathbf{U}^+ \neg \psi) \vee (\psi \mathbf{U}^+(\varphi \wedge \psi))$$
Anna lauseita  $\mathbf{F}^+ p$  ja  $\mathbf{G}^+ p$  vastaavat lauseet, joissa on käytetty operaattoria  $\mathbf{R}^+$  ainoana temporaalioperaattorina. Perustele vastauksesi.