

T-79.194 Tietojenkäsittelyteorian seminaarin kotitehtävä, malliratkaisut
Laatija: Juha Aatrokoski

1

Ainoat relevantit arvot k :lle ovat 1, 2 ja 3. Tarkastellaan näillä arvoilla:

- (a) 1: (0,2p) Ei unäärisiä rajoitteita \Rightarrow triviaalisti 1-konsistentti.
2: (0,4p) Konsistenttia instantiaatiota $\{x/10\}$ ei voi täydentää konsistentiksi instantiaatioksi $\{x/10, y/d\} \Rightarrow$ ei ole 2-konsistentti.
3: (0,4p) Konsistenttia instantiaatiota $\{x/10, z/3\}$ ei voi täydentää konsistentiksi instantiaatioksi $\{x/10, y/d, z/3\} \Rightarrow$ ei ole 3-konsistentti.
- (b) 1: (0,2p) Ei unäärisiä rajoitteita \Rightarrow triviaalisti 1-konsistentti.
2: (0,4p)
– $\forall d \in [0..4] \{x/d\}$ voidaan aina täydentää konsistenteiksi instantiaatioiksi $\{x/d, y/5\}$ ja $\{x/d, z/10\}$.
– $\forall d \in [1..5] \{y/d\}$ voidaan aina täydentää konsistenteiksi instantiaatioiksi $\{x/0, y/d\}$ ja $\{y/d, z/10\}$.
– $\forall d \in [5..10] \{z/d\}$ voidaan aina täydentää konsistenteiksi instantiaatioiksi $\{x/0, z/d\}$ ja $\{y/1, z/d\}$.
 \Rightarrow on 2-konsistentti.
3: (0,4p) Konsistenttia instantiaatiota $\{x/4, z/5\}$ ei voi täydentää konsistentiksi instantiaatioksi $\{x/4, y/d, z/5\} \Rightarrow$ ei ole 3-konsistentti.

2

Tarkasteltava monikkoavaruus on:

$$[1..3] \times [1..3] \times [6..8] = \{ \\ (1, 1, 6), (1, 1, 7), (1, 1, 8), (1, 2, 6), (1, 2, 7), (1, 2, 8), (1, 3, 6), (1, 3, 7), (1, 3, 8), \\ (2, 1, 6), (2, 1, 7), (2, 1, 8), (2, 2, 6), (2, 2, 7), (2, 2, 8), (2, 3, 6), (2, 3, 7), (2, 3, 8), \\ (3, 1, 6), (3, 1, 7), (3, 1, 8), (3, 2, 6), (3, 2, 7), (3, 2, 8), (3, 3, 6), (3, 3, 7), (3, 3, 8)\}.$$

Tarkastellaan $(i, 2)$ -konsistenssia (i :n arvolla ei tässä tapauksessa ole väliä). Nyt yhdisteessä $(x < y) \bowtie (x + y = z)$ jälkimmäiseen rajoitteeseen kuuluu vain monikko $(3, 3, 6)$, joka taas ei kuulu ensimmäiseen rajoitteeseen (rajoitteethan ovat joukkoja). Yhdisteen määritelmän mukaan siis $(x < y) \bowtie (x + y = z) = \emptyset$.

Tällöin $C_X \cap \Pi_X(\emptyset) = \emptyset$, mikä taas tarkoittaa sitä, että ongelma on epäkonsistentti (todistussääntö ei poista rajoitteista yhtäkään ratkaisua, joten jos sen tuloksena saadaan jollekin rajoitteelle $C = \emptyset$, ratkaisuja ei ole). \square