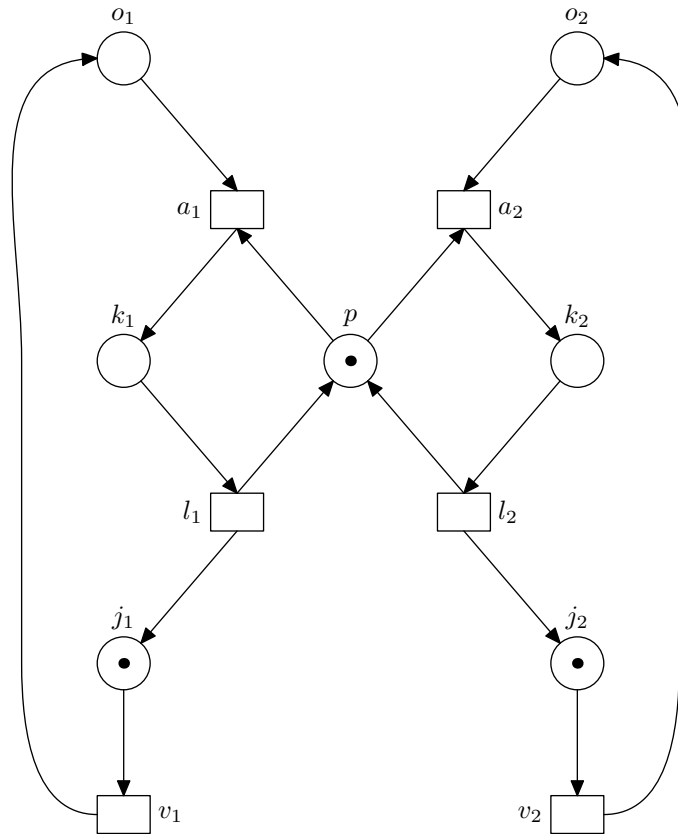
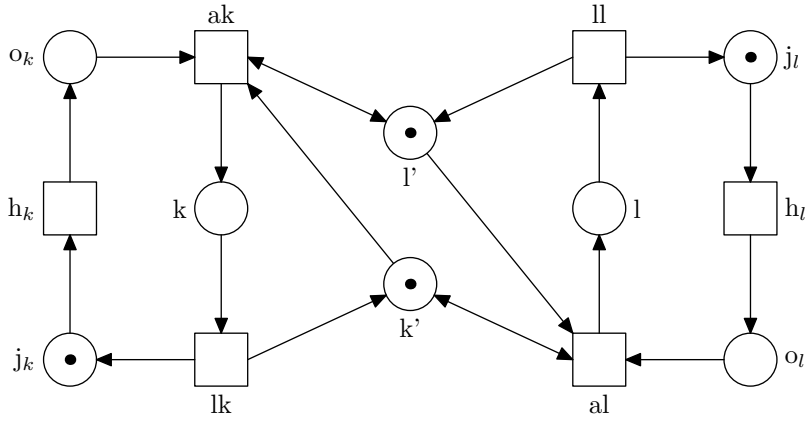


1. Alla on esitetty paikka-siirtymä-järjestelmä. Järjestelmässä on kaksi prosessia, 1 ja 2, jotka käyttävät jaettua resurssia. Resurssin käyttöä kontrolloi paikka  $p$ . Järjestelmän voidaan ajatella esimerkiksi kuvaavan tilannetta, jossa kahden prosessin tarvitsee käsitellä samaa tiedostoa. Paikat  $k_i$  kuvaavat tilannetta, jossa toinen prosessi käsittelee tiedostoa. Paikat  $j_i$  kuvaavat tilannetta, jossa prosessit tekevät jotain, mihin ei tarvita tiedoston käsittelyä. Paikat  $o_i$  kuvaavat tilannetta, jossa prosessit odottavat pääsyä tiedoston kimppuun.



Osoita invarianttien avulla, että prosessien keskinäinen poissulkevuus toteutuu, eli paikoissa  $k_1$  ja  $k_2$  ei koskaan ole merkkiä samanaikaisesti. Laske myös järjestelmän kaikki invariantit.

2. Seuraavalla sivulla on esitetty tilaa testaava mutex-algoritmi. Algoritmissa on kaksi prosessia, lukija ja kirjoittaja. Vain yksi prosessi kerrallaan voi lukea tai kirjoittaa (paikat  $l$  ja  $k$ ). Paikat  $k'$  ja  $l'$  voidaan ajatella lippuina, jotka mahdollistavat ko. prosessin lukemisen tai kirjoittamisen. Osoita käyttäen rakenteellista analyysiä, että prosessien keskinäinen poissulkevuus toteutuu.



Ominaisuutta ei voida tarkastaa pelkästään invariantteja käyttämällä, joten määrittelemme *ansan* käsitteen:

**Määritelmä: ansa.** Olkoon  $N = \langle S, T, F, W, M_0 \rangle$  paikka-siirtymä-järjestelmä ja olkoon  $P \subseteq S$ .

- (a)  $P$  on ansa, joss  $P \neq \emptyset$  ja  $P^\bullet \subseteq \bullet P$ .
- (b)  $P$  on alustettu, joss  $\sum_{p \in P} M_0(p) > 0$ .

**Määritelmä: ansaepäyhtälö.** Olkoon  $N = \langle S, T, F, W, M_0 \rangle$  paikka-siirtymä-järjestelmä,  $M(p)$  paikan  $p$  merkintä ja olkoon  $P = \{p_1, \dots, p_k\}$  ansa  $N$ :ssä. Tällöin

$$M(p_1) + \dots + M(p_k) \geq 1$$

on  $P$ :n epäyhtälö.  $P$ :n epäyhtälö on voimassa jos ansa on alustettu.