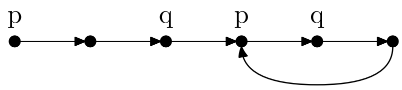
Tietojenkäsittelyteorian laboratorio — Laskuharjoituksen 5 vastaukset

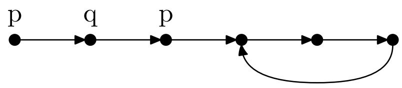
T-79.179 Rinnakkaiset ja hajautetut järjestelmät — 28.2.2003

1. Vastauksessa on esitetty vain yksi suoritus, joka toteuttaa kaavan ja yksi suoritus, joka ei toteuta. Mahdollisia toteuttavia ja ei-toteuttavia suorituksia on muitakin.

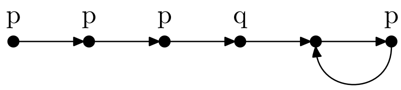
   (a) $\Box(p \rightarrow \Diamond q)$
   Suoritus, jossa kaava pätee:

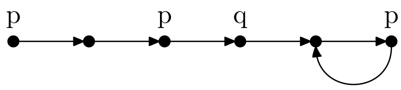
   Suoritus, jossa kaava ei päde:

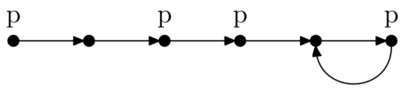
   (b) $(p \,\mathsf{U}\, q) \vee (\Box\neg q)$
   Suoritus, jossa kaava pätee:

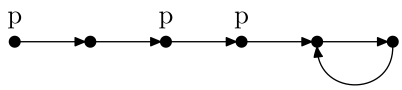
   Suoritus, jossa kaava ei päde:

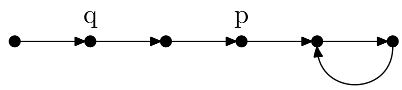
   (c) $\Box\Diamond p$
   Suoritus, jossa kaava pätee:

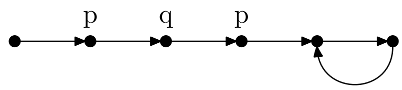
   Suoritus, jossa kaava ei päde:

   (d) $\Diamond p \rightarrow (\neg p \,\mathsf{U}\, q)$
   Suoritus, jossa kaava pätee:

   Suoritus, jossa kaava ei päde:

2. Määritellään $P(\langle x,y\rangle,z)$ on tosi, jos paikasta P löytyy merkit $\langle x,y\rangle$ ja z. Kaavoissa on lyhennetty paikkojen nimiä ja merkkien arvoja. Kaava pätee mallissa vain, jos se pätee *kaikille mahdollisille suorituksille.*

   (a) Kaikki kuljetettavat pääsevät vastarannalle:
   $\Diamond(\text{kulj}(\langle k,2\rangle) \wedge \text{kulj}(\langle v,2\rangle) \wedge \text{kulj}(\langle s,2\rangle))$
   Kaava ei päde mallissa. Järjestelmästä löytyy suoritus $\{1 \rightarrow 2[k = \mathit{vuohi}], 2 \rightarrow 1[k = \mathit{vuohi}]\}^\omega$. Kyseisessä suorituksessa siirretään yhtä kuljetettavaa edestakaisin.

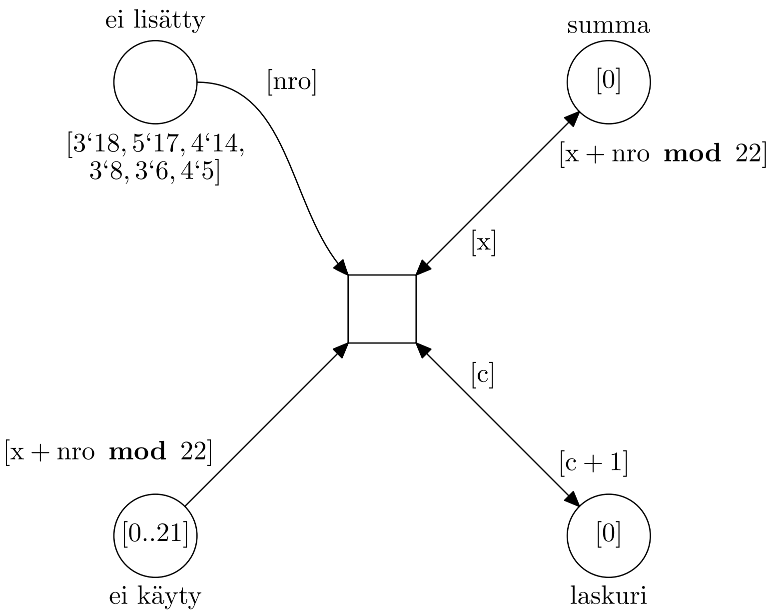
   (b) Susi syö vuohen:
   $\Diamond((\text{kulj}(\langle v,1\rangle,\langle s,1\rangle) \wedge \text{vene}(2)) \vee (\text{kulj}(\langle v,2\rangle,\langle s,2\rangle) \wedge \text{vene}(1)))$
   Kaava ei päde mallissa. Vastaesimerkiksi käy kohdan (a) suoritus.

   (c) Ei ole mahdollista, että joku kuljetettavista syödään:

$$\Box\neg((\text{kulj}(\langle k,1\rangle,\langle v,1\rangle) \wedge \text{vene}(2)) \vee (\text{kulj}(\langle v,1\rangle,\langle s,1\rangle) \wedge \text{vene}(2)) \vee \\ (\text{kulj}(\langle k,2\rangle,\langle v,2\rangle) \wedge \text{vene}(1)) \vee (\text{kulj}(\langle v,2\rangle,\langle s,2\rangle) \wedge \text{vene}(1)))$$

   Kaava ei päde mallissa. Laukaisemalla esimerkiksi siirtymä $1 \rightarrow 2[k = s]$ päädytään kiellettyyn tilaan.

3. (a) Ongelman ratkaiseva algebrallinen verkko:



(b) Algebrallista verkkoa vastaava Maria-kuvaus:

```
typedef unsigned(0..22) Int;
place EiLisatty Int : 3#18,5#17,4#14,3#8,3#6,4#5;
place EiKayty Int : Int a (a <= 21) : a;
place Summa Int : 0;
place Laskuri Int : 0;

trans lisaa
  in {
    place EiLisatty : nro;
    place EiKayty : (x+nro)%22;
    place Summa : x;
    place Laskuri : c;
  }
  out {
    Summa:      (x+nro)%22;
    Laskuri:    c+1;
  };
```

(c) Verkkoon voidaan helposti lisätä reject-kaava, joka lopettaa saavutettavuusanalyysin, jos järjestelmä tulee tilaan, jossa kaava on tosi. Koska vaatimuksena on löytää ratkaisu 22:lla askeleella, kaava on

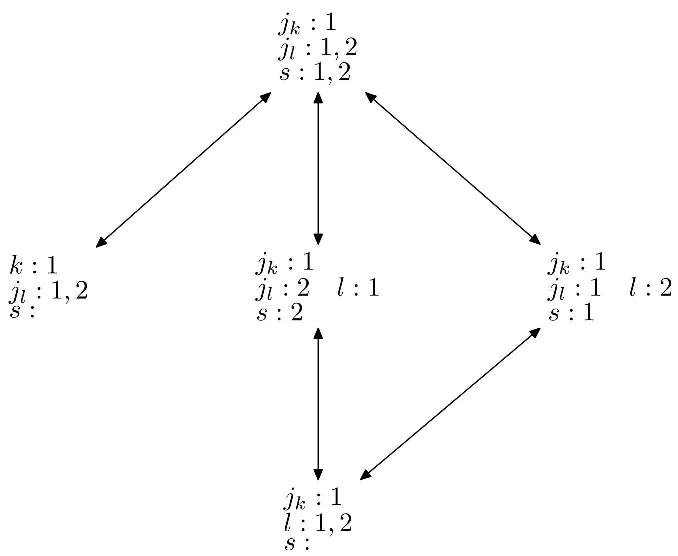
```
reject (is Int 22 equals place Laskuri) && fatal;
```

Varatun sanan `fatal` evaluointi aiheuttaa saavutettavuusanalyysin keskeyttämisen. Jos `fatal`ia ei käytettäisi, Maria tekisi järjestelmän koko saavutettavuusgraafin ja ilmoittaisi tilat jotka toteuttavat `reject`-ehdon.

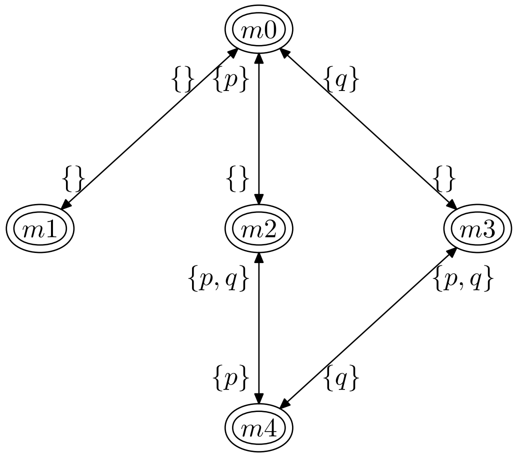
(d) Saavutettavuusanalyysi on tämän ongelman ratkaisuun liian voimakas työkalu. Siinä joudutaan muistamaan kaikki jo saavutetut tilat, joita voi olla eksponentiaalinen määrä syötteen kokoon nähden. Käyttämällä hyväksi kombinatoristen ongelmien ratkaisumenetelmiä voidaan kyseinen ongelma ratkaista käyttäen vain lineaarinen määrä tilaa syötteen kokoon nähden.

4. Tämä tehtävä on mukana laskuharjoituksissa demonstraatiotarkoituksessa, sillä sen aihepiiri ei kuulu kurssin suoritusvaatimuksiin.

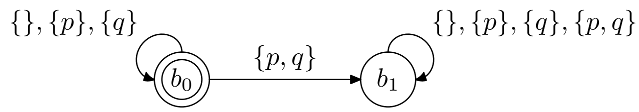
(a) Verkon saavutettavuusgraafi:



(b) Saavutettavuusgraafia vastaava Büchi-automaatti $B(G)$ (käyttäen atomisia propositioita p ja q)



Kaavan $A = \Diamond(p \wedge q)$ negaation $(\Box\neg(p \wedge q))$ Büchi-automaatti $B(\neg A)$:



(c) Automaattien tulo-automaatti $(B(G) \cap B(\neg A))$ alla. Tulo-automaatilla on ääretön ajo, joka käy hyväksyvässä tilassa äärettömän usein: $(m0, b0) \rightarrow (m1, b0) \rightarrow (m0, b0)$ Tämän vuoksi järjestelmällä ja kaavan negaatiolla on yhteisiä äärettömiä käytöksiä, joten alkuperäinen kaava $\Diamond(p \wedge q)$ ei päde järjestelmässä.