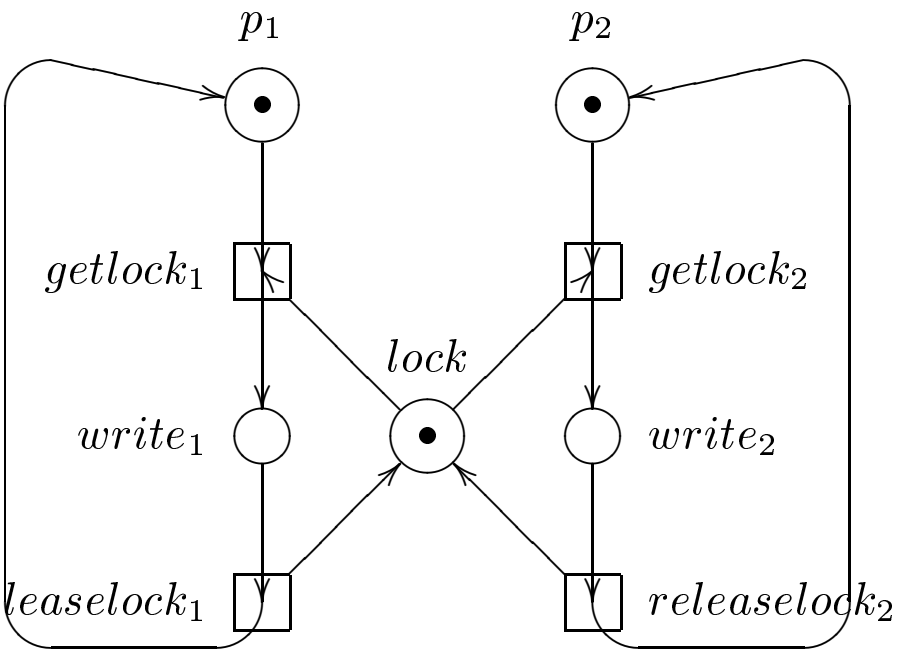
1 RAKENTEELLINEN ANALYYSI

- Petri-verkon rakenteellisella ominaisuudella tarkoitetaan sellaista ominaisuutta joka seuraa suoraan verkon topologisesta rakenteesta.
- Rakenteellisen ominaisuuden toteaminen ei vaadi saavutettavuusanalyysin tekemistä.
- Tyypillisesti analysointimenetelmät perustuvat lineaarialgebraan.
- Seuraavassa tarkastellaan eräitä turvallisuusominaisuuksia joiden tarkastus saattaa temporaalilogiikalla olla turhan monimutkaista.
- Rakenteellisen analyysin tavoitteena on myös karakterisoida PV-aliluokkia, joille saavutettavuusanalyysi on helpompaa.

©Johan Lilius, Keijo Heljanko, Esa Kettunen 1997–2001

JOHDANTO

- Tarkastellaan seuraavaa yksinkertaista verkkoa:



- Halutaan osoittaa, että verkko ei koskaan pääse tilaan, jossa sekä paikassa $write_1$ että $write_2$ on token.
- Eräs ratkaisu on tehdä saavutettavuusanalyysi.
- Toisaalta verkon rakenteesta näkee nopeasti, että kaava $(*)\ M(write_1) + M(write_2) + M(lock) = 1$ pätee jokaisessa merkinnässä.

©Johan Lilius, Keijo Heljanko, Esa Kettunen 1997–2001

Tilayhtälö

- Kaavan $(*)$ esittämää ominaisuutta kutsutaan *paikkainvariantiksi* (tai vain invariantiksi).
- Invarianttien laskentaa perustuu *tilayhtälön* käyttöön.

Definition 1 Jonon $\sigma \in \Sigma^*$ *Parikh-kuvaus* on kuvaus $\hat{\sigma} : \Sigma \to \mathbb{N}$, jossa $\hat{\sigma}(a)$ kertoo, montako kertaa $a \in \Sigma$ esintyy jonossa σ.

Definition 2 P/T-verkon *insidenssimatriisi* on kuvaus:

$$C : S \times T \to \mathbb{Z} :< s, t > \mapsto W(< t, s >) - W(< s, t >)$$

Theorem 3 Olkoon N P/T-verkko, C sen insidenssimatriisi, ja σ jokin merkinnästä M laukaistavissa oleva *transitiojono*, jonka lopuksi merkintä on M'. Tällöin:

$$M' = M + C \cdot \hat{\sigma}$$

©Johan Lilius, Keijo Heljanko, Esa Kettunen 1997–2001

Invariantit

Definition 4 Paikkavektoria ι kutsutaan *paikkainvariantiksi* (S-invariantti, P-invariantti) joss

$$C^T \cdot \iota = 0.$$

Transitiovektoria $\tau \geq 0$ kutsutaan *transitioinvariantiksi* (T-invariantti) joss

$$C \cdot \tau = 0.$$

- Kun tilayhtälö kerrotaan paikkainvariantilla saadaan:

  $$\iota^T \cdot M' = \iota^T \cdot M + \iota^T \cdot C \cdot \hat{\sigma} = \iota^T \cdot M + (C^T \cdot \iota)^T \cdot \hat{\sigma} = \iota^T \cdot M$$

  ts. verkon kaikissa merkinnöissä tulo $\iota^T \cdot M$ on sama vakio

- Vastaavasti transitioinvariantille τ pätee tilayhtälöösä:

  $$M' = M + C \cdot \tau = M$$

  ts. jos verkon transitiot voidaan laukaista vektorin τ kuvaama määrä kertoja palataan merkintään josta laukaiseminen aloitettiin.

©Johan Lilius, Keijo Heljanko, Esa Kettunen 1997–2001

Invariantit

- Esimerkin insidenssimatriisi:

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

  Tulkinta: ensimmäinen sarake tarkoittaa, että transition $getlock_1$ esipaikkoja ovat -1:llä merkityt alkiot (paikat p_1 ja $lock$), jälkipaikkana on 1:llä merkitty alkio (paikka $write_1$).
- Invarianttia $(*)$ vastaa vektori

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

  jolloin

$$C^T \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = 0$$

©Johan Lilius, Keijo Heljanko, Esa Kettunen 1997–2001

- Poissulkevuus voidaan nyt todeta seuraavasta:

$$i^T \cdot M_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

©Johan Lilius, Keijo Heljanko, Esa Kettunen 1997–2001

Invariantit

- Ratkaisemalla yhtälö

$$C^T \cdot \iota = 0.$$

  saadaan kaikki verkon invariantit.
- Ongelma on kuitenkin tulkita kaikki nämä invariantit.
- Invariantteja käytetään useimmiten niin, että verkosta katsotaan jokin invariantti ominaisuus joka sille halutaan osoittaa, ja sitten tarkastetaan onko vektori todella invariantti.
- Invarianttien avulla voidaan puhua turvallisuusominaisuuksista jotka koskevat verkon paikkojen kapasiteetteja.

©Johan Lilius, Keijo Heljanko, Esa Kettunen 1997–2001