

T-79.161 Kombinatoriset algoritmit

Tentti 06.05.2005 / Haanpää

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.

- (6 p.) Olkoon perusjoukko $S = \{1, 2, \dots, n\}$. Tarkastellaan tämän joukon osajoukkoja, joissa on k alkia. Ensimmäisen osajoukon sijaluku (rank) on 0 kaikissa järjestyksissä. Olkoon $n = 13$ ja $k = 4$.
 - Mikä on osajoukkojen lukumäärä?
 - Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku leksikografisessa järjestyksessä?
 - Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku colex-järjestyksessä?
 - Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku colex-järjestyksessä, kun $n = 32$?
- (6 p.) Piirrä kaikki ei-isomorfiset yhtenäiset verkot, joissa on neljä solmua. Numeroi solmut niin, että kuuden verkon automorfismiryhmät ovat seuraavat, ja yhdistä verkot oikeisiin ryhmiin. Identiteettipermutaatio on ε .
 - $\{\varepsilon, (1, 4)(2, 3)\}$,
 - $\{\varepsilon, (1)(2, 3, 4), (1)(2, 4, 3), (1)(2)(3, 4), (1)(3)(2, 4), (1)(4)(2, 3)\}$,
 - $\{\varepsilon, (1)(2)(3, 4)\}$,
 - $\{\varepsilon, (1, 2, 3, 4), (1, 3)(2, 4), (1, 4, 3, 2), (1)(3)(2, 4), (2)(4)(1, 3), (1, 4)(2, 3), (1, 2)(3, 4)\}$,
 - $\text{Sym}(\{1, 2, 3, 4\})$,
 - $\{\varepsilon, (1)(3)(2, 4), (2)(4)(1, 3), (1, 3)(2, 4)\}$.
- (6 p.) Klikit ja graafin väritys.
 - Määrittele *klikki* lyhyesti, mutta täsmällisesti.
 - Esitä ahne algoritmi, joka värittää annetun graafin solmut siten, että minkään kaaren molemmat päätepisteet eivät ole samanvärisiä. Algoritmin tulee pyrkiä käyttämään suhteellisen vähän värejä.
 - Jos tiedämme, että annettu graafi voidaan värittää 8 värillä siten, että minkään kaaren molemmat päätepisteet eivät ole samanvärisiä, mitä voimme sanoa graafin suurimman klikin koosta? Entä jos lisäksi tiedämme, että vastaavanlainen väritys ei onnistu 7 värillä? Miten b-kohdan algoritmia voitaisiin käyttää hyväksi etsittäessä graafin suurinta klikkiä?
- (6 p.) Paikallinen haku. Tentin toisella sivulla on hahmoteltu kaksi hakualgoritmiä ja kaksi naapuristoheuristiikkaa. Heuristiikkakuvauksissa x on jokin ratkaisu, $N(x)$ on ratkaisun x naapuristo, f on minimoitava kohdefunktio, h on käytettävä naapuristoheuristiikka ja $\text{rnd}(0 \dots 1)$ on tasajakautunut satunnaisluku r väliltä $0 \leq r < 1$. Oletetaan lisäksi, että kaikilla x ja y pätee, että $x \in N(x)$ ja että $x \in N(y)$ jos ja vain jos $y \in N(x)$.
 - (4 p.) Tarkastele kaikkia neljää tapaa (1a, 1b, 2a, 2b) yhdistellä yksi hakualgoritmi ja yksi naapuristoheuristiikka, kuvaa yhdistelmien toimintaa ja arvioi niiden käyttökelpoisuutta optimoinnissa. Mitkä yhdistelmistä tunnetaan jollakin nimellä?
 - (2 p.) Valitse jokin edellisistä neljästä yhdistelmästä ja kuvaa, miten sitä pitäisi täydentää, jotta syntyisi tabu-haku. Mitä muutoksilla pyritään saamaan aikaan?

$T = T_0$
 $\alpha = 0.999$
 x valitaan satunnaisesti
repeat 10000 times:
 $y = h(x)$
 if $\text{rnd}(0 \dots 1) < \exp\left(\frac{f(x)-f(y)}{T}\right)$:
 $x = y$
 $T = \alpha T$

(a) Hakualgoritmi 1

x valitaan satunnaisesti
repeat 10000 times:
 $y = h(x)$
 $x = y$

(b) Hakualgoritmi 2

$h(x)$:
palauta satunnainen $y \in N(x)$

(c) Naapuristoheuristiikka a

$h(x)$:
palauta $x' \in N(x)$, jolla $f(x')$ on pienin

(d) Naapuristoheuristiikka b

Kuva 1: Heuristiikkoja