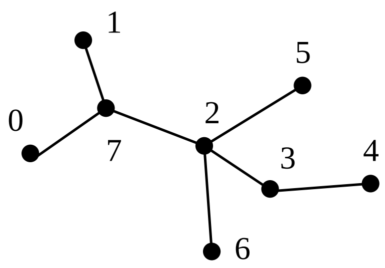
T–79.161 Kombinatoriset algoritmit

Tentti 13.05.2004 / Haanpää (puh. 5243)

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.



Kuva 1: Puu

1. (6 p.) Rank-ja unrank-funktiot.

   (a) Laske kuvan 1 puun järjestysluku (rank) Prüferin menetelmällä.

   (b) Minkä osajoukon järjestysluku on 379, kun tarkastellaan joukon $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ 3-osajoukkoja, jotka on järjestetty *koleksikografiseen* järjestykseen? (k-osajoukkojen koleksikografinen järjestys: järjestetään osajoukot primäärisesti suurimpien alkioidensa mukaan, sekundäärisesti toiseksi suurimpien, jne.)

2. (6 p.) Peräytyvä haku. Verkon *pariutus* on kokoelma verkon kaaria, joilla ei ole yhteisiä päätepisteitä. Pariutus on *täydellinen,* jos jokainen solmu on jonkin pariutuksen kaaren päätepiste.

   (a) Laadi peräytyvään hakuun perustuva algoritmi, joka luettelee kaikki annetun verkon täydelliset pariutukset.

   (b) On olemassa tehokas (polynomiaikainen) algoritmi, jolla voidaan selvittää, onko annetun verkon täydellistä pariutusta olemassa. Miten tätä algoritmia voitaisiin käyttää hyväksi täydellisiä pariutuksia lueteltaessa?

3. (6 p.) Paikallinen haku.

   (a) Esitä simuloitu jäähdytys yleisellä tasolla.

   (b) Kun laaditaan simuloituun jäähdytykseen perustuva algoritmi jonkin konkreettisen ongelman ratkaisemiseen, algoritmia suunniteltaessa on tehtävä tiettyjä valintoja. Esitä kuhunkin tehtävään valintaan *kaksi* järkeenkäypää vaihtoehtoa, kun ratkaistavana on kauppamatkustajan ongelma.

4. (6 p.) Burnsiden lemma. Helminauhassa on asetettu erivärisiä helmiä tasavälein ympyrän muotoon. Kahta helminauhaa pidetään oleellisesti samanlaisina, jos toinen saadaan toisesta kiertämällä.

   (a) Kuvaa 12-helmisen helminauhan kierrot permutaatioryhmänä. Luettele ryhmän kaikki alkiot.

   (b) Montako oleellisesti erilaista 12 helmen helminauhaa on, jos helmet voivat olla mustia tai valkoisia?

Pyydämme täyttämään WWW-sivulla
`http://www.cs.hut.fi/Opinnot/Palaute/k2004/kurssipalaute.html` olevan osaston kurssipalautelomakkeen. Mikäli olette osallistunut kurssin työläyden kartoittamiseen, pyydämme täyttämään myös kartoituksen neljännen osion.