

T-79.161 Kombinatoriset algoritmit

Tentti 20.10.2003 / Haanpää

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.

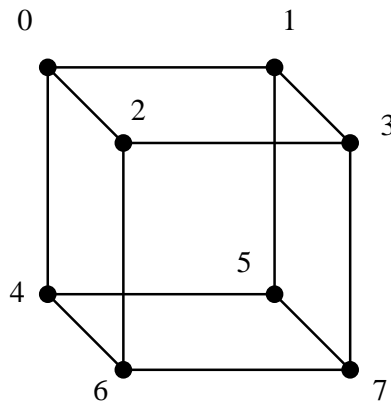
1. (6 p.) Rank- ja unrank-funktiot

Pokerikäsiä voidaan pitää joukon $\{\spadesuit, \heartsuit, \diamondsuit, \clubsuit\} \times \{A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2\}$ viisialkioisina osajoukkoina. Järjestetään kortit siten, että kortin (m, a) järjestysnumero on $13m + a - 1$, missä tulkitaan maiden arvoiksi $\spadesuit = 0$, $\heartsuit = 1$, $\diamondsuit = 2$, $\clubsuit = 3$ ja korttien arvoiksi $A = 1$, $K = 13$, $Q = 12$, $J = 11$, ja muut numeron mukaan. Minkä pokerikäden leksikografinen rank-arvo on 12375?

2. (6 p.) Algoritmityyppejä

Graafin k -värityksessä graafin jokainen solmu on väritetty yhdellä k väristä siten, että minkään kaaren päätepisteet eivät ole samanväriset. Esitä, miten annetulla k :n arvolla voidaan etsiä annetun graafin k -väritys käyttäen

- (a) peräytyvää hakua
- (b) simuloitua jäähdytystä
- (c) tabu-hakua.



3. (6 p.) Automorfismiryhmä

Tarkastellaan ylläolevaa kuutiograafia $\mathcal{G} = (V, E)$.

- (a) Esitä jokin joukko permutaatioita, jotka generoivat graafin automorfismiryhmän $\text{Aut}(\mathcal{G})$.
- (b) Esitä $\text{Aut}(\mathcal{G})$ Schreier-Sims-muodossa.
- (c) Laske $|\text{Aut}(\mathcal{G})|$.

4. (6 p.) Catalanin luvut

- (a) Montako sellaista n :stä (-merkistä ja n :stä)-merkistä koostuvaa merkkijonoa on, että merkkijonon jokainen)-merkki tulee sitä vastaavan (-merkin jälkeen?
- (b) Olkoon $n = 6$. Montako a-kohdan ehdot täyttävää merkkijonoa on? Kuinka moni niistä alkaa kahdella (-merkillä?