

T-79.161 Kombinatoriset algoritmit

Tentti 14.10.2002 / Haanpää

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.

Tentin graafit ovat suuntaamattomia, yksinkertaisia ja luupittomia; ts. kaarien joukko koostuu solmujoukon 2-alkioisista osajoukoista.

1. (6 p.) Olkoon $S = \{2, 4, 6, \dots\}$ parillisten positiivisten kokonaislukujen joukko.
 - (a) Mikä on osajoukon $\{2, 6, 12\}$ sijaluku (rank) S :n kolmialkioisten osajoukkojen co-lex-järjestyksessä?
 - (b) Määritä co-lex-järjestyksessä 1000. S :n kolmialkioinen osajoukko.
2. (5 p.) Klikit ja graafin väritys.
 - (a) Määrittele *klikki* lyhyesti, mutta täsmällisesti.
 - (b) Esitä ahne algoritmi, joka värittää annetun graafin solmut siten, että minäkään kaaren molemmat päätepisteet eivät ole samanvärisiä. Algoritmin tulee pyrkiä käyttämään suhteellisen vähän värejä.
 - (c) Jos tiedämme, että annettu graafi voidaan värittää 8 värillä siten, että minäkään kaaren molemmat päätepisteet eivät ole samanvärisiä, mitä voimme sanoa graafin suurimman klikin koosta? Entä jos lisäksi tiedämme, että vastaavanlainen väritys ei onnistu 7 värillä? Miten b-kohdan algoritmia voitaisiin käyttää hyväksi etsittäessä graafin suurinta klikkiä?
3. (6 p.) Algoritmityyppejä: Esitä, miten annetulla k :n arvolla voidaan etsiä annetun graafin k -väritys käyttäen
 - (a) peräytyvää hakua
 - (b) simuloitua jäähtytystä
 - (c) tabu-hakua.
4. (7 p.) Tarkastellaan graafeja, joiden solmujoukko $\mathcal{V} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ja joissa on kolme kaarta.
 - (a) Montako sellaista graafia on kaikkiaan? (Graafeja pidetään eri graafeina, jos niiden kaarijoukot eivät ole identtiset.)
 - (b) Kahta graafia pidetään isomorfisina, jos toinen saadaan toisesta nimeämällä solmut uudelleen. Esitä perustelematta yksi edustaja kustakin edellämainitun graafijoukon isomorfismiluokasta. Perustele, että esittämäsi graafit eivät ole keskenään isomorfisia.
 - (c) Miten suuria ovat b-kohdan graafien automorfismiryhmät?
 - (d) Perustele, että jokainen isomorfismiluokka on edustettuna b-kohdan vastauksessasi.