

Tik-79.161 Kombinatoriset algoritmit

Tentti 1.10.2001 / Haanpää

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.

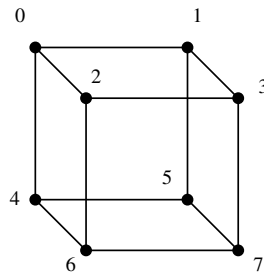
1. (4 p.) Osoita, että jos täydellisen graafin K_n kaarien joukko voidaan osittaa kolmioiksi, niin $n \equiv 1 \pmod 6$ tai $n \equiv 3 \pmod 6$.

2. (6 p.) Algoritmit

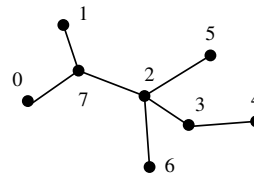
(a) Esitä peräytymishaku n kuningattaren ongelmalle: Etsi kaikki tavat asettaa n kuningattarta $n \times n$ -shakkilaudalle siten, etteivät kuningattaret uhkaa toisiaan.

(b) Esitä ahne algoritmi graafinväritysongelmalle: Väritä graafin solmut mahdollisimman pienellä määrällä värejä siten, että jokaisen kaaren päätepisteet ovat eriväriset.

(c) Esitä tabuhakualgoritmi kokonaislukujen ositusongelmalle: Jaa kokonaisluvut a_1, a_2, \dots, a_k kahteen joukkoon A_1 ja A_2 siten, että joukon A_1 alkioiden summan ja joukon A_2 alkioiden summan erotuksen itseisarvo $|\sum_{a \in A_1} a - \sum_{a \in A_2} a|$ on mahdollisimman pieni.



Tehtävän 3 graafi.



Tehtävän 4 graafi.

3. (8 p.) Tarkastellaan ylläolevaa kuutiograafia $\mathcal{G} = (V, E)$.

(a) Esitä jokin joukko permutaatioita, jotka generoivat graafin automorfismiryhmän $\text{Aut}(\mathcal{G})$.

(b) Esitä $\text{Aut}(\mathcal{G})$ Schreier-Sims-muodossa.

(c) Laske $|\text{Aut}(\mathcal{G})|$.

(d) Graafin \mathcal{G} automorfismiryhmä osittaa V :n 3-osajoukkojen joukon radoiksi. Olkoon radan kanoninen edustaja sen leksikografisessa järjestyksessä ensimmäinen 3-osajoukko. Määritä 3-osajoukon $\{1, 3, 4\}$ radan kanoninen edustaja. (Määritellään kahden eri k -osajoukon A ja B leksikografinen järjestys: muodostetaan osajoukoista järjestetyt listat $\vec{A} = (a_1, \dots, a_k)$ ja $\vec{B} = (b_1, \dots, b_k)$, missä $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ ja $b_1 < b_2 < \dots < b_k$. Olkoon i pienin indeksi, jolla $a_i \neq b_i$. Osajoukko A edeltää osajoukkoa B , jos $a_i < b_i$.)

4. (6 p.) Rank ja sertifikaatti

(a) Laske ylläolevan puun järjestysluku (rank) Prüferin menetelmällä.

(b) Kombinatoriselle rakenteelle voidaan laskea rank-arvo tai sertifikaatti. Selosta näiden tärkeimmät ominaisuudet. Mikä on näiden oleellisin ero?

(Bonus + 2 p.) Laske oheisen ylläolevan puun sertifikaatti.