Teknillinen korkeakoulu | TENTTI
Tietojenkäsittelyteorian laboratorio | 9.5.2000

Tik-79.161 Kombinatoriset algoritmit

1. (6p.) Olkoon perusjoukko $S = \{1, 2, \ldots, n\}$. Tarkastellaan tämän joukon osajoukkoja, joissa on k alkiota. Ensimmäisen osajoukon sijaluku (rank) on 0 kaikissa järjestyksissä. Olkoot $n = 13$ ja $k = 4$.

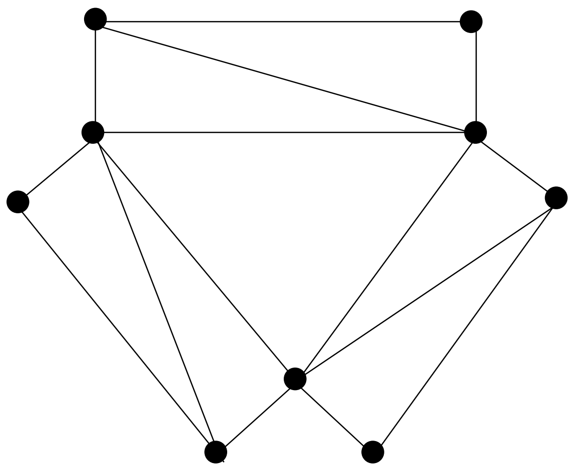
   (a) Mikä on osajoukkojen lukumäärä?

   (b) Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku leksikografisessa järjestyksessä?

   (c) Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku colex-järjestyksessä?

   (d) Mikä on osajoukon $\{2, 5, 9, 11\}$ sijaluku colex-järjestyksessä, kun $n = 32$?

2. (4p.) Ensimmäisen kotitehtävän bonustehtävässä tuli esittää graafi, jonka automorfismiryhmän kertaluku on 3 (full automorphism group). Eräs mahdollinen vastaus on kuvassa 1.



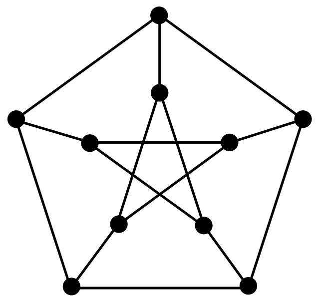
Kuva 1: Esimerkkigraafi.

   Esitä, miten mielivaltaiselle positiiviselle kokonaisluvulle n voidaan konstruoida graafi, jonka automorfismiryhmän kertaluku on n. Vastaus voi (ja sen tulee) käsittää useita konstruktioita, joista valitaan sopiva muuttujan n arvon perusteella.

3. (4p.) Laskuharjoituksista: Petersenin graafi on ns. $(3, 5)$-häkki (cage). Yleisesti (k, n)-häkki on solmujen määrältään pienin graafi, jonka kaikkien solmujen

asteluku on k ja jonka lyhimmän syklin pituus on n (a k-regular graph of girth n).

Todista, että $(k, 5)$-häkissä on oltava vähintään $k^2 + 1$ solmua.



Kuva 2: Petersenin graafi.

4. (4p.) Määrittele lyhyesti seuraavat ongelmaluokat:
   (a) maximum clique,
   (b) exact cover,
   (c) traveling salesman,
   (d) rational knapsack.
5. (6p.) Esitä perusteellisesti simuloitu jäähdytys -menetelmä (simulated annealing).