Teknillinen korkeakoulu — TENTTI
Digitaalitekniikan laboratorio — 19.5.1997

Tik-79.161 Kombinatoriset algoritmit

Sallitut apuvälineet: Laskin, kurssikirja, kopiot luentokalvoista. (ei laskuharjoitustehtävät)

1. (9p.) Piirrä kaikki ei-isomorfiset kytketyt graafit joilla on neljä solmua. Numeroi solmut niin, että kuuden graafin automorfismiryhmät ovat seuraavat (ja yhdistä oikeisiin ryhmiin). Identiteettipermutaatio on e.

   (a) $\{e, (1,4)(2,3)\}$,
   (b) $\{e, (1)(2,3,4), (1)(2,4,3), (1)(2)(3,4), (1)(3)(2,4), (1)(4)(2,3)\}$,
   (c) $\{e, (1)(2)(3,4)\}$,
   (d) $\{e, (1,2,3,4), (1,3)(2,4), (1,4,3,2), (1)(3)(2,4), (2)(4)(1,3), (1,4)(2,3), (1,2)(3,4)\}$,
   (e) $Sym(\{1,2,3,4\})$,
   (f) $\{e, (1)(3)(2,4), (2)(4)(1,3), (1,3)(2,4)\}$.

2. (5p.) Törmäät teollisuusprojektissa ongelmaan joka on NP-täydellinen. Pohdi mitä tämä käytännössä merkitsee ja esitä miten kannattaa hyökätä tämän ongelman kimppuun.

3. (6p.) Halutaan muodostaa satunnainen joukon $\{1,2,\ldots,n\}$ permutaatio. Käytännön esimerkkinä tästä on korttipakan sekoittaminen tietokoneen muistissa, kun pakkaa esittää taulukko π. Tässä kaksi ehdokasta algoritmiksi, kumpi niistä toimii oikein (kukin permutaatio on yhtä todennäköinen)? Perustelut! Aluksi π on mikä tahansa permutaatio.

   Algoritmi 1: **for** $i = n$ **to** 2 **by** -1 **do** swap($\pi[i]$, $\pi[\text{rand}(1,i)]$)
   Algoritmi 2: **for** $i = 1$ **to** n **do** swap($\pi[i]$, $\pi[\text{rand}(1,n)]$)

   Käsky swap vaihtaa annetut permutaation positiot (taulukon alkiot) ja funktio rand(a,b) antaa satunnaisen kokonaisluvun i s.e. $a \leq i \leq b$ (tasainen jakauma).

4. (4p.) Meillä on käytössä algoritmi joka antaa annetun joukon kaikki permutaatiot. Miten tätä algoritmia voidaan hyödyntää kun halutaan generoida kaikki $(n-1)!$ erilaista tapaa sijoittaa joukon $\{1,2,\ldots,n\}$ luvut ympyrän kehälle (rotaatio on tällöin ekvivalenssioperaatio)?