Kotitehtävä 1

Jossain kaukaisessa maassa postista tehtiin liikelaitos ja kulujen pienentämiseksi päätettiin antaa seuraavat määräykset:

- postimerkkejä tehdään vain $n \geq 1$ eri nimellisarvoa, arvot kokonaislukuja
- yhteen kirjeeseen saa laittaa korkeintaan $m \geq 1$ merkkiä.

Sopivien arvojen määrääminen n:lle ja m:lle osoittautui kuitenkin työlääksi.

Esimerkiksi, jos $n = 4$ ja $m = 5$, voidaan kaikki postimaksut välillä $1, 2, \ldots, 71$ maksaa merkkivalikoimilla $\{1, 4, 12, 21\}$ tai $\{1, 5, 12, 28\}$. Parempia merkkivalikoimia näillä n:n ja m:n arvoilla ei ole.

Tehtävä. Selvitä annetuilla m ja n, millainen postimerkkien arvovalikoima tulee valita, että $1, 2, \ldots, k$ voidaan maksaa määräysten mukaan mahdollisimman suurella k:n arvolla. Merkitään tätä k:n arvoa $k(n, m)$:llä. Käytä peräytyvää hakua optimaalisten arvovalikoimien etsintään pienillä parametrien m ja n arvoilla ja paikallista hakua hyvien arvokokoelmien etsintään parametrien arvoilla, joilla täydellinen haku olisi liian työläs. Paikallisessa haussa tarkoitus on käyttää jotakin ei-triviaalia heuristiikkaa, kuten esimerkiksi simuloitua jäähdytystä, tabuhakua, geneettistä algoritmia tai vastaavaa.

Vihje. Mieti, onko mahdollista hyödyntää $k(n - 1, m)$:n arvoa mahdollisten nimellisarvojen rajoittamiseen arvoa $k(n, m)$ laskettaessa.

Kuvaile raportissa ratkaisualgoritmisi sekä peräytyvän että paikallisen haun tapauksessa ja raportoi selkeästi saavuttamasi tulokset ($k(n, m)$ ja sitä vastaava merkkiarvovalikoima) eri n:n ja m:n arvoilla. Raportoi myös tulosten löytämiseen tarvittu laskenta-aika. Yletön laskentaresurssien käyttö ei ole tarpeen (eikä paranna arvosanaa), noin 1 h CPU-aikaa voisi olla riittävä suuruusluokka. Tarkoituksena on verrata paikallisen ja täydellisen haun toimivuutta eri parametrien arvoilla.

Ratkaisun tasoa nostavat ansiokkaat pohdinnat ja algoritmiset oivallukset. Erityisen ansiokasta ratkaisua tavoitellessa voi esimerkiksi:

- verrata useampaa paikallista hakumenetelmää ja niiden tehokkuutta, tai
- esittää erityisen tehokkaan heuristiikan ja saavuttaa erittäin hyviä tuloksia suhteutettuna laskenta-aikaan.

Alla joitakin esimerkkiratkaisuja arvolla $m = 2$ (nämä on muunnettu eräästä hiukan erilaisen ongelman tunnetuista ratkaisuista, joten virheitä saattaa olla, ottakaa siinä tapauksessa yhteys assistenttiin):

n	max k	esimerkkiarvovalikoima
1	2	$\{1\}$
2	4	$\{1, 2\}$
3	8	$\{1, 3, 4\}$
4	12	$\{1, 3, 5, 6\}$
5	16	$\{1, 3, 5, 7, 8\}$
6	20	$\{1, 2, 5, 8, 9, 10\}$
7	26	$\{1, 2, 5, 8, 11, 12, 13\}$

Palautus. Palauta kurssin harjoitussivulla olevan raportointiohjeen mukainen raporttisi assistentille (eoikarin@tcs.hut.fi) viimeistään 8.3.2005 klo 24.00.