# Suunnittelu stabiiliusongelmana ja stabiilien mallien ominaisuuksia

Käsiteltäviä asioita:

1. Suunnitteluongelma (kertaus)
2. Suunnitteluongelmasta logiikkaohjelmaksi
3. Muuta huomioitavaa
4. Stabiilien mallien laskennallinen vaativuus
5. Suhde lauselogiikan toteutuvuusongelmaan
6. Stabiilien mallien yksikäsitteisyydestä





## 1. Suunnitteluongelma (kertaus)

Suunnitteluongelma on nelikkö $\langle \mathcal{T}, O, S_0, S_1 \rangle$, missä

- Jokaisen *äärellisen tyypin* $T \in \mathcal{T}$ alkiot on nimetty yksikäsitteisesti äärellisellä joukolla $\{a, b, c, \ldots\}$ *nimivakioita*.
- Jokainen *operaattori* $O(x, y, z, \ldots) \in O$ rakentuu
  1. muuttujiensa tyyppimäärittelyistä $x : T_1$, $y : T_2$, $z : T_3$, ..., ja
  2. *esiehtojen* ja *jälkiehtojen* joukoista $\mathrm{Pre}(O)$ ja $\mathrm{Post}(O)$, jotka ovat tyypitetyistä predikaattisymboleista $P$, $Q$, ..., em. tyypitetyistä muuttujista $x$, $y$, $z$, ...ja tyyppien nimivakioista $a, b, c, \ldots$ rakentuvien atomikaavojen joukkoja.
- *Alkutilanne* $S_0$ ja *lopputilanne* $S_1$ ovat (muuttujattomia) atomilauseiden joukkoja.





## Esimerkki (kertaus)

- Tyyppi BLOCK : nimivakiot $\{a, b, c, d\}$.
- Operaattori MOVE$(x, y, z)$:
  1. muuttujien $x$, $y$ ja $z$ tyyppinä BLOCK,
  2. $\mathrm{Pre}(\mathrm{MOVE}(x, y, z)) = \{\mathrm{clear}(x), \mathrm{on}(x, y), \mathrm{clear}(z)\}$ ja
  3. $\mathrm{Post}(\mathrm{MOVE}(x, y, z)) = \{\mathrm{on}(x, z), \mathrm{clear}(x), \mathrm{clear}(y)\}$.
- Alkutila $S_0 = \{\mathrm{on}(a, b), \mathrm{on}(b, c), \mathrm{clear}(a), \mathrm{clear}(d)\}$.
- Tavoitteen määrittelee lopetusehtojen joukko $S_1 = \{\mathrm{on}(b, a)\}$.





## 2. Suunnitteluongelmasta logiikkaohjelmaksi

- Suunnitteluongelman dynaaminen luonne on aiheuttaa vaikeuksia käytettäessä klassista logiikkaa ongelman esittämiseen (kehysongelma).
- Stabiileissa malleissa minimaalisuus ja hyvin perustuvuus sisäänrakennettuna, joloin suunnitteluongelman kuvaaminen yksinkertaistuu.
- Suunnitteluongelman esittäminen epämonotonisilla säännöillä ja stabiileilla malleilla on antanut laskennallisesti lupaavia tuloksia.

## Käännöksen tavoite

- Annetaan rajoitetulle suunnitteluongelmalle $\langle \mathcal{T}, O, S_0, S_1 \rangle$ käännös logiikkaohjelmaksi $PLP(n)$ siten, että

  ongelmalla $\langle \mathcal{T}, O, S_0, S_1 \rangle$ on enintään $n$:n mittainen ratkaisu

  $\iff$ ohjelmalla $PLP(n)$ on stabiili malli.

- Jokainen predikaatti ja operaattori varustetaan ylimääräisellä aika-argumentilla $t$: $\mathrm{on}(x,y,t)$, $\mathrm{MOVE}(x,y,z,t)$.

- Predikaateilla aika-argumentit $t$ ovat väliltä $0,\ldots,n$ ja operaattoreilla väliltä $0,\ldots,n-1$.





## Käännöksen rakenne

Suunnitteluongelman esitys jakautuu seuraaviin osiin:

1. Alkutilan määrittely: $\{P(\vec{c},0) \mid P(\vec{c}) \in S_0\}$.
2. Lopputilan määrittely: $\{F \leftarrow \mathrm{not}\, P(\vec{c},n) \wedge \mathrm{not}\, F \mid P(\vec{c}) \in S_1\}$.
3. *Operaattorien soveltaminen*: jos operaattorin $O\sigma$ esiehdot ovat voimassa hetkellä $t$ eikä sille ole poikkeusta, operaattoria $O\sigma$ sovelletaan ajanhetkellä $t$ ja lisättävät atomilauseet $(\mathrm{Post}(O)\sigma - \mathrm{Pre}(O)\sigma)$ tulevat voimaan hetkellä $t+1$.
4. *Kehysaksiomat*: jos atomilause pätee hetkellä $t$ eikä sitä poistavaa operaattoria sovelleta hetkellä $t$, se pätee myös hetkellä $t+1$.
5. Operaattorien poikkeukset ratkaisevat, saadaanko lineaarisia suunnitelmia vaiko osittaisjärjestyssuunnitelmia.





## Esimerkki: palikkamaailman esitys

1. Alkutila: $\mathrm{on}(a,b,0), \mathrm{on}(b,c,0), \mathrm{clear}(a,0), \mathrm{clear}(d,0)$
2. Lopputila eheysehtoina: $F \leftarrow \mathrm{not}\ \mathrm{on}(b,a,n) \wedge \mathrm{not}\, F$
3. Operaattorien soveltaminen:

$$\begin{aligned} \mathrm{MOVE}(x,y,z,t) \leftarrow\ & \mathrm{clear}(x,t) \wedge \mathrm{on}(x,y,t) \wedge \mathrm{clear}(z,t) \wedge \\ & \mathrm{not}\ \mathrm{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) \\ \mathrm{on}(x,z,t+1) \leftarrow\ & \mathrm{MOVE}(x,y,z,t) \\ \mathrm{clear}(y,t+1) \leftarrow\ & \mathrm{MOVE}(x,y,z,t) \end{aligned}$$

**Huomio.** Vimeisen kaltaista sääntöä ei tarvita predikaatille $\mathrm{clear}(x,t+1)$, koska $\mathrm{clear}(x,t)$ on operaatorin $\mathrm{MOVE}(x,y,z,t)$ esiehtona, ja kehysaksiomat varmistavat, että $\mathrm{clear}(x,t+1)$ on tosi.





4. Kehysaksiomat:
   (i) Jokaiselle atomiselle lauseelle:
   $$\mathrm{on}(x,y,t+1) \leftarrow \mathrm{on}(x,y,t) \wedge \mathrm{not}\ \mathrm{remove\_on}(x,y,t)$$
   (ii) Atomisen lauseen poistaville operaattoreille:
   $$\mathrm{remove\_on}(x,y,t) \leftarrow \mathrm{MOVE}(x,y,z,t)$$
5. Suunnitelmien laadun määrääminen:
   (i) *Lineaariset suunnitelmat*: sallitaan ainoastaan yhden operaattori-instanssin suorittaminen kerrallaan.

$$\begin{aligned} \mathrm{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) &\leftarrow \mathrm{MOVE}(x',y',z',t) \wedge \mathrm{not}\ x = x' \\ \mathrm{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) &\leftarrow \mathrm{MOVE}(x',y',z',t) \wedge \mathrm{not}\ y = y' \\ \mathrm{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) &\leftarrow \mathrm{MOVE}(x',y',z',t) \wedge \mathrm{not}\ z = z' \\ \mathrm{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) &\leftarrow O(\vec{x},t)\ \ldots \end{aligned}$$

5. Suunnitelmien laadun määrääminen (jatkoa):
   (ii) *Osittaisjärjestyssuunnitelmat*: operaattori-instanssien samanaikainen suorittaminen kielletään ainoastaan konfliktitapauksissa.

   $\text{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) \leftarrow \text{MOVE}(x,y',z',t) \wedge \text{not}\, z = z'$

   $\text{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) \leftarrow \text{MOVE}(x',y',z,t) \wedge \text{not}\, x = x'$
6. Operaattorin NOOP toteuttaminen poikkeuksilla:
   (i) Operaattorin oma poikkeus (eli *valinta* jättää suorittamatta):

   $\text{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) \leftarrow \text{not}\, \text{MOVE}(x,y,z,t)$
   (ii) Tai lopputilan saavuttamisesta aiheutuvat poikkeukset:

   $\text{BLOCK\_MOVE}(x,y,z,t) \leftarrow \text{GOAL\_REACHED}(t)$

   $\text{GOAL\_REACHED}(t) \leftarrow \text{on}(b,a,t)$





## 3. Muuta huomioitavaa

- Käännöksen kokoa voidaan pienentää jakamalla operaattoreita:

  $$\text{MOVE}(x,y,z,t) \leftrightarrow \text{OBJ}(x,t) \wedge \text{SRC}(y,t) \wedge \text{DST}(z,t).$$

  Tämä idea toimii sellaisenaan lineaaristen suunnitelmien tapauksessa, mutta johtaa ongelmiin osittaisjärjestyssuunnitelmilla.
- Stabiilien mallien laskennallinen tehokkuus riippuu instantioidun ohjelman not-literaalien määrästä.
- Eheysehdoilla voidaan antaa suunnitelmille lisärajoitteita.

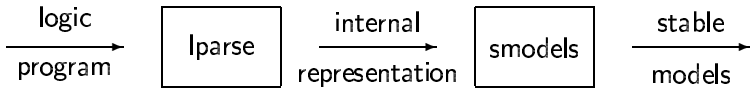
  **Esimerkki.** Kielto liikuttaa samaa objektia kahdesti peräkkäin:

  $$F \leftarrow \text{MOVE}(x,y,z,t) \wedge \text{MOVE}(x,z,v,t+1) \wedge \text{not}\, F.$$





## smodels




- Käytössä Prologin mukainen syntaksi: predikaatit kirjoitetaan pienellä alkukirjaimella ja muuttujat isolla.
- Ohjelman muuttujien arvoalueiden on oltava rajattuja:

  **Esimerkki.** `step(0..100). eq(X,X) :- step(X).`
- Typillinen komentorivi, kun halutaan laskea $n$ stabiilia mallia:

  `lparse file.lp | smodels` $n$

  (Arvolla $n = 0$ lasketaan kaikki stabiilit mallit).





## 4. Laskennallisesta vaativuudesta

- On olemassa useita merkittäviä laskennallisia ongelmia, joille ei tunneta yleistä polynomisen ajan ratkaisualgoritmia:

  suunnitteluogelma, graafien värittäminen, ...

  ☞ Kysymyksessä NP-*vaikeat* (tai NP-*täydelliset*) ongelmat.
- Ongelma $O$ on NP-täydellinen, jos
  - $O$ kuuluu luokkaan NP (ongelman $O$ ratkaisut voidaan tarkistaa polynomisessa ajassa) ja
  - $O$ on NP-vaikea (muut NP-ongelmat ovat redusoitavissa ongelmaksi $O$ polynomisessa ajassa).

**Esimerkki.** Lauselogiikan toteutuvuusongelma SAT on NP-täydellinen.

## Stabiilin mallin olemassaolon tarkastaminen

- Jos annettuna on logiikkaohjelma $P$ ja atomilausejoukko $M \subseteq \mathrm{HB}(P)$, voidaan selvittää lineaarisessa ajassa, onko $M$ logiikkaohjelman $P$ stabiili malli.

  ☞ Logiikkaohjelmien stabiilin mallin olemassaolon tarkistamista vastaava päätösongelma SM kuuluu luokkaan NP.

- SAT voidaan muuntaa SM-ongelmaksi polynomisessa ajassa käyttäen aiemmalla luennolla esitettyä muunnosta.

  ☞ SM on NP-täydellinen.

  *Todistus:* Olkoon $O$ NP-ongelma. Koska SAT on NP-täydellinen, $O$ voidaan muuntaa SAT-ongelmaksi $O'$ pol. ajassa ja $O'$ voidaan muuntaa SM-ongelmaksi $O''$ pol. ajassa, joten yhdistämällä muunnokset $O$ voidaan muuntaa SM-ongelmaksi $O''$ pol. ajassa.





## 5. Suhde lauselogiikan toteutuvuusongelmaan

- SM-ongelman NP-täydellisyydestä johtuen epädeterministinen polynominen laskenta palautuu stabiilien mallien laskemiseen.
- Jokaiselle epädeterministiselle Turing-koneelle $T$, syötteelle $x$ ja polynomille $p$ voidaan muodostaa polynomisessa ajassa logiikkaohjelma $P$ siten, että

  $T$:llä on syötteelle $x$ korkeintaan $p(|x|)$:n pituinen hyväksyvä laskenta $\iff$ logiikkaohjelmalla $P$ on stabiili malli.

- Käännöksen idea: olkoon syöte $x$ ja $n = p(|x|)$.

  Kuvataan $n$ laskenta-askelta: (i) nauhan tila ($n$ paikkaa), (ii) mahdolliset $T$:n tilasiirtymät ja (iii) lisätään lopputilaehto.





- Logiikkaohjelmat ovat tietämyksen esittämisen kannalta ilmaisuvoimaisempia kuin lauselogiikka.
- SAT voidaan muuntaa SM-ongelmaksi *modulaarisesti*: paikalliset muutokset lausejoukossa johtavat ainoastaan paikalliseen muutokseen logiikkaohjelmassa.
- SM-ongelmaa ei voida muuntaa SAT-ongelmaksi modulaarisesti!

  Kuvaus $\mathrm{Tr}(\cdot)$ on modulaarinen, jos jokaiselle atomijoukolle $A$:

  ohjelmalla $P \cup A$ on stabiili malli

  $\iff$ $\mathrm{Tr}(P) \cup A$ on toteutuva.

  *Todistus:* Olkoon $\mathrm{Tr}(\cdot)$ modulaarinen. Ohjelmalla $P = \{F \leftarrow \mathrm{not}\, F\}$ ei ole stabiilia mallia, joten $\mathrm{Tr}(P)$ ei ole toteutuva. Siis $\mathrm{Tr}(P) \cup \{F\}$ ei toteutuva, joten ohjelmalla $P \cup \{F\}$ ei stabiilia mallia, ristiriita.





## 6. Stabiilien mallien yksikäsitteisyydestä

- Logiikkaohjelmalla saattaa olla useampia stabiileja malleja tai ei yhtään stabiilia mallia.
- Milloin stabiileja malleja on täsmälleen yksi?
- Keskeisin tällainen ohjelmaluokka: *kerrostuneet ohjelmat* (engl. *stratified programs*).
- Määritellään ohjelmalle $P$ riippuvuusgraafi $\mathrm{DG}(P)$ seuraavasti:
  - (i) Graafin solmuina ovat ohjelmassa esiintyvät atomit.
  - (ii) Kaari $(A, B)$ kuuluu graafiin $\mathrm{DG}(P)$ $\iff$ ohjelmassa $P$ on sääntö $A \leftarrow A_1 \wedge \cdots \wedge A_m \wedge \mathrm{not}\, A_{m+1} \wedge \cdots \wedge \mathrm{not}\, A_n$ siten, että $B \in \{A_1, \ldots, A_n\}$.
  - (iii) Em. kaari $(A, B)$ on *negatiivinen* $\iff$ $B \in \{A_{m+1}, \ldots, A_n\}$.

- Graafin $G = \langle V, E \rangle$ *vahvasti kytketty komponentti* $K$ on mikä tahansa solmujen osajoukko $K \subseteq V$ siten, että jokaisesta solmusta $v \in K$ pääsee jokaiseen solmuun $u \in K$ jotain graafin $G$ polkua (suunnattu kaarten sekvenssi) pitkin.
- Graafin $\mathrm{DG}(P)$ vahvasti kytketyt komponentit määräävät toistensa suhteen rekursiivisesti määritellyt atomit.
- Ohjelma on *kerrostunut*, joss sen riippuvuusgraafin vahvasti kytketyissä komponenteissa ei ole negatiivisia kaaria.
- Kerrostuneella ohjelmalla $P$ on yksikäsitteinen stabiili malli $M$, (joka on myös yhtenevä mallin $\mathrm{WFM}(P)$ kanssa).
- Ohjelman kerrostuneisuus voidaan selvittää lineaarisessa ajassa, koska graafin $\mathrm{DG}(P)$ vahvasti kytketyt komponentit voidaan laskea lineaarisessa ajassa graafin koon suhteen.





**Esimerkki.** Olkoon ohjelma $P =$

$$\{\, A \leftarrow B \wedge \mathrm{not}\, C, \quad B \leftarrow A \wedge \mathrm{not}\, D,$$
$$C \leftarrow \mathrm{not}\, E, \qquad D \leftarrow E, \qquad E \leftarrow A \,\}.$$

1. Ohjelma $P$ ei ole kerrostunut:
   riippuvuusgraafissa $\mathrm{DG}(P)$ on yksi vahvasti kytketty komponentti $\{A, B, C, D, E\}$, jossa negatiivisia kaaria.
2. Jos sääntö $E \leftarrow A$ jätetään pois, ohjelma $P'$ on kerrostunut:
   riippuvuusgraafissa $\mathrm{DG}(P')$ on vahvasti kytketyt komponentit $\{E\}$, $\{D\}$, $\{C\}$ ja $\{A, B\}$, joissa ei negatiivisia kaaria.
3. Stabiilin mallin haku voidaan suorittaa komponenteittain jossain riippuvuusgraafin kanssa yhteensopivassa järjestyksessä:

   $$\mathrm{not}\, E,\ \mathrm{not}\, D,\ C,\ \mathrm{not}\, A,\ \mathrm{not}\, B.$$

   ☞ Ohjelman $P'$ yksikäsitteinen stabiili malli on $M = \{C\}$.





## Oppimistavoitteet

- Osaat ratkaista laajemman suunnitteluongelman esittämällä sen logiikkaohjelmana ja hakemalla stabiileja malleja (3. kotitehtävä).
- Tiedät, millainen stabiilin mallin olemassaolon tarkistaminen on laskennalliselta vaativuudeltaan.
- Tiedät, mistä stabiilien mallien ja klassisten mallien ilmaisuvoimaero syntyy.
- Osaat muodostaa ohjelmalle riippuvuusgraafin ja hyödyntää sitä stabiilien mallien hakemisessa.