T-79.154 **Syksy 2002**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä II
Laskuharjoitus 8
Ratkaisut

1. a) Koska $\Gamma(\emptyset) = \{a, b, c, d\}$ WF-malli on tyhjä. Lasketaan stabiilit mallit.

not a	oletus
b	$b \leftarrow$ not a
c	$c \leftarrow b$
not d	koska $d \leftarrow$ not c, a ei voida käyttää (not a)

Atomilauseiden totuusarvot ovat nyt määritelty. Tarkastellaan onko $\{b, c\}$ stabiili malli:

$$\Gamma(\{b, c\}) = \{b, c\}$$

implikoi että $\{b, c\}$ on ensimmäinen malli. Peruutetaan nyt oletus not a:

a	oletus, peruutettu
not b	a saadaan ainoastaan jos not b ja not d
not d	
c	$c \leftarrow$ not d

Kun

$$\Gamma(\{a, c\}) = \{a, c\}$$

niin $\{a, c\}$ on toinen stabiili malli. Muita malleja ei ole, koska oletuksia ei ole enää jäljellä.

b) Lasketaan WF-malli:

$$\begin{aligned}
\Gamma^1(\emptyset) &= \{a, b, c, d\} \\
\Gamma^2(\emptyset) &= \{a, b\} \\
\Gamma^3(\emptyset) &= \{a, b, c, d\} \\
\Gamma^4(\emptyset) &= \{a, b\}
\end{aligned}$$

Näin ollen WF-malli on $\{a, b, \neg f\}$. Yritetään laajentaa WF-malli stabiiliksi malliksi etsimällä totussarvot atomeille c ja d. Koska b on tosi, täytyy joko c:n tai d:n, mutta ei molempien, olla tosi. Näin ollen saadaan kaksi mahdollista stabiilia mallia: $\{a, b, c\}$ ja $\{a, b, d\}$. Tarkistamalla niiden reduktiot voidaan todeta, että molemmat mallit ovat stabiileja.

c) Käytetään lyhennysmerkintää $s^n(0) = n$.

$$
\begin{aligned}
\Gamma(\emptyset) &= \overline{\{p(0,0)\}} \\
\Gamma^2(\emptyset) &= \{q(0,0), r(0), dom(0), dom(1), \ldots\} \\
\Gamma^3(\emptyset) &= \overline{\{p(0,0), p(1,0)\}} \\
\Gamma^4(\emptyset) &= \{q(0,0), q(1,0), r(0), dom(0), dom(1), \ldots\} \\
&\vdots \\
\Gamma^{2n+1}(\emptyset) &= \overline{\{p(0,0), \ldots, p(n,0)\}} \\
\Gamma^{2n+2}(\emptyset) &= \{q(0,0), \ldots, q(n,0), r(0), dom(0), dom(1), \ldots\} \\
&\vdots \\
\left(\Gamma^2\right)^{\omega}(\emptyset) &= \{q(i,0), dom(i)\}_{i=0}^{\infty} \cup \{r(0), r(1)\} \\
&\vdots \\
\left(\Gamma^2\right)^{\omega\cdot 2}(\emptyset) &= \{q(i,j), dom(i)\}_{\substack{0\le i\le\infty \\ 0\le j\le 1}} \cup \{r(0), r(1), r(2)\} \\
&\vdots \\
\left(\Gamma^2\right)^{\omega\cdot 3}(\emptyset) &= \{q(i,j), dom(i)\}_{\substack{0\le i\le\infty \\ 0\le j\le 2}} \cup \{r(0), r(1), r(2), r(3)\} \\
&\vdots \\
\left(\Gamma^2\right)^{\omega^2}(\emptyset) &= \{q(i,j), r(i), dom(i)\}_{\substack{0\le i\le\infty \\ 0\le j\le\infty}}
\end{aligned}
$$

Koska WF-malli antaa lausejoukon kaikille atomeille totuusarvon, on se samall myös yksikäsitteinen stabiili malli.