Suunnittelu logiikkaohjelmointina

Suunnitteluongelman dynaaminen luonne on aiheuttaa vaikeuksia klassiselle logiikalle (kehysongelma).

Logiikkaohjelmissa minimaalisuus ja hyvin perustuvuus sisäänrakennettuna, jolloin suunnitteluongelman kuvaaminen yksinkertaistuu.

Vaaditaan ilmaisuvoimaista logiikkaohjelmointilähestymistapaa (stabiilit mallit).

Suunnittelun kuvaaminen logiikkaohjelmointiin antanut laskennallisesti lupaavia tuloksia.

Suunnittelun kääntäminen logiikkaohjelmointiin

IDEA: Rajoitetulle suunnitteluongelmalle $\langle P, n\rangle$ annetaan käännös logiikkaohjelmaksi $T(P,n)$ ja kyselyksi Q siten, että ongelmalla P on korkeintaan n pituinen ratkaisu **joss**
ohjelmalla $T(P,n)$ on stabiili malli, joka toteuttaa kyselyn Q.

Jokainen predikaatti ja operaattori varustetaan ylimääräisellä "aika"-argumentilla.

Predikaateille aika-argumentti: $0,\ldots,n$
operaattoreille: $0,\ldots,n-1$

Käännös voidaan tehdä esimerkiksi seuraavasti:

1. Alkutila otetaan sellaisenaan: $\{p(\vec{t},0) \mid p(\vec{t}) \in S_0\}$
Lopputilaa ei sisällytetä ohjelmaan, vaan muodostetaan kysely: löydä stabiili malli, joka sisältää joukon $\{p(\vec{t},n) \mid p(\vec{t}) \in S_1\}$.

2. Operaattorien vaikutukset:
Jos operaattorin esiehdot pätevät hetkellä I eikä sille ole poikkeusta, operaattoria sovelletaan hetkellä I ja lisättävät atomilauseet pätevät hetkellä $I+1$.

3. Kehysaksioomat:
Jos atomilause pätee hetkellä I eikä sitä poistavaa operaattoria sovelleta hetkellä I, pätee atomilause hetkellä $I+1$.

4. Operaattorien poikkeukset:
Ratkaisevat, saadaanko lineaarisia tai osittaisjärjestyssuunnitelmia.

Esimerkki.

1. Alkutila: $\{on(a,b,0), on(b,c,0), clear(a,0), clear(d,0)\}$
Lopputilakysely: $\{on(b,a,n)\}$.

2. Operaattorien vaikutukset:

$$move(X,Y,Z,I) \leftarrow clear(X,I) \wedge on(X,Y,I) \wedge$$
$$clear(Z,I) \wedge \text{not } blocked\_move(X,Y,Z,I)$$
$$on(X,Z,I+1) \leftarrow move(X,Y,Z,I)$$
$$clear(Y,I+1) \leftarrow move(X,Y,Z,I)$$
$$clear(X,I+1) \leftarrow move(X,Y,Z,I)$$

3. Kehysaksioomat jokaiselle predikaatille

$$on(X,Y,I+1) \leftarrow on(X,Y,I) \wedge \text{not } change\_on(X,Y,I)$$

ja jokaiselle operaattorille, joka poistaa predikaatin

$$change\_on(X,Y,I) \leftarrow move(X,Y,Z,I).$$

4. Operaattorin poikkeussäännöillä määrätään suunnitelman laatu.

(i) Lineaariset suunnitelmat: kaikille toimintopareille

$blocked\_move(X, Y, Z, I) \leftarrow op(\vec{X}, I)$

$blocked\_move(X, Y, Z, I) \leftarrow move(X', Y', Z', I) \wedge \mathrm{not}\ X = X'$

...

(ii) Osittaisjärjestyssuunnitelmat: poikkeus vain konfliktitapauksissa

$blocked\_move(X, Y, Z, I) \leftarrow move(X, Y', Z', I) \wedge \mathrm{not}\ Z = Z'$

$blocked\_move(X, Y, Z, I) \leftarrow move(X', Y', Z, I) \wedge \mathrm{not}\ X = X'$

(iii) Operaattori $noop$ korvattavissa operaattorin omalla poikkeuksella

$blocked\_move(X, Y, Z, I) \leftarrow \mathrm{not}\ move(X, Y, Z, I)$

tai poikkeuksella, kun lopputila on saavutettu

$blocked\_move(X, Y, Z, I) \leftarrow goal\_reached(I)$

Muuta huomioitavaa

Käännöksen kokoa voidaan pienentää käyttämällä operaattorin jakamistekniikkkaa:

$move(X, Y, Z, I) \leftrightarrow o(X, I) \wedge s(Y, I) \wedge d(Z, I)$.

Stabiilien mallien laskennallinen vaativuus riippuu ohjelman not -literaalien määrästä (huom. instantantioitu ohjelma).

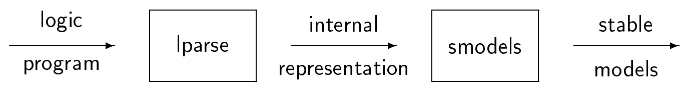
Eheysehdoilla voidaan antaa suunnitelmalle lisärajoitteita.

Esim. älä liikuta samaa objektia kahta kertaa peräkkäin:

$false \leftarrow move(X, Y, Z, I) \wedge move(X, Z, Z', I + 1)$

(haetaan stabiilia malli, joka ei sisällä atomia $false$)

smodelsin käyttö



Prolog-syntaksi (ei funktioita eikä kirjasto-predikaatteja); ohjelman muuttujien arvoalueiden oltava rajattuja. Esim. `eq(X,X) :- dom(X).`

smodels laskee halutun määrän stabiileja malleja.

Kysely voidaan antaa `compute`-komennolla:

`compute 2 {not false, on(a,b,c,n)}`

(hae 2 stabiilia malli, jossa ei ole `false` mutta on `on(a,b,c,n)`).

Laskennallisesta kompleksisuudesta

Suuri joukko merkittäviä laskennallisia ongelmia, joille ei tunneta yleistä polynomisen ajan ratkaisualgoritmia (suunnittelu, aikataulujen laadinta, optimointi, ...)

NP-täydelliset ongelmat

Ongelma on NP-täydellinen, jos

se kuuluu luokkaan NP: ratkaisu voidaan tarkistaa polyn. ajassa

jokainen NP-ongelma voidaan muuntaa ko. ongelmaksi (polyn. ajassa)

Esimerkki. Lauselogiikan toteutuvuusongelma (**SAT**) on NP-täydellinen.

Stabiilien mallien löytäminen

Annetulle atomilausejoukolle voidaan lineaarisessa ajassa tarkistaa, onko se annetun logiikkaohjelman stabiili malli.

Logiikkaohjelman stabiilien mallin löytämisongelma ($\mathbf{LP_{SM}}$) kuuluu luokkaan NP.

SAT voidaan muuntaa $\mathbf{LP_{SM}}$-ongelmaksi polynomisessa ajassa.

$\mathbf{LP_{SM}}$ on NP-täydellinen.

(Todistus: Olkoon O NP-ongelma. Koska **SAT** on NP-täydellinen, O voidaan muuntaa **SAT**-ongelmaksi O' pol. ajassa ja O' voidaan muuntaa $\mathbf{LP_{SM}}$-ongelmaksi O'' pol. ajassa, joten yhdistämällä muunnokset O voidaan muuntaa $\mathbf{LP_{SM}}$-ongelmaksi O'' pol. ajassa.)

Ilmaisuvoima

NP-täydellisyys:

epädeterministinen polynominen laskenta on kuvattavissa:

Jokaiselle epädeterministiselle Turing-koneelle T, syötteelle x ja polynomille p on olemassa lausejoukko (logiikkaohjelma) P siten, että koneella T on syötteelle x hyväksyvä laskenta, jonka pituus on pienempi kuin $p(|x|)$ joss lausejoukolla (logiikkaohjelmalla) P on (stabiili) malli.

Idea: Olkoon syöte x ja $t = p(|x|)$.
Kuvataan lauseina kullakin laskennan hetkellä (t hetkeä)
(i) nauhan tila (t paikkaa) ja
(ii) mahdolliset tilasiirtymät
ja lisätään lopputilaehto.

Logiikkaohjelmat ovat tietämyksen esittämisen kannalta ilmaisuvoimaisempia kuin lauselogiikka!

SAT voidaan muuntaa $\mathbf{LP_{SM}}$-ongelmaksi modulaarisesti: paikalliset muutokset lausejoukossa johtavat paikalliseen muutokseen ohjelmassa.

$\mathbf{LP_{SM}}$-ongelmaa ei voida kuvata **SAT**-ongelmaan modulaarisesti.

Sanotaan kuvausta $\mathrm{Tr}(\cdot)$ modulaariseksi jos jokaiselle atomilausejoukolle F pätee:
ohjelmalla $P \cup F$ on stabiili malli joss $F \cup \mathrm{Tr}(P)$ on toteutuva.

(Todistus: Olkoon $\mathrm{Tr}(\cdot)$ modulaarinen. Ohjelmalla $P = \{p \leftarrow \mathrm{not}\ p\}$ ei ole stabiilia mallia, joten $\mathrm{Tr}(P)$ ei ole toteutuva. Siis $\{p\} \cup \mathrm{Tr}(P)$ ei toteutuva, joten ohjelmalla $P \cup \{p\}$ ei stabiilia mallia, ristiriita.)

Mistä löytyvät vaikeat ongelmat?

NP-täydellisyys:
(i) Jos yhdelle NP-täydelliselle ongelmalle pol. ratkaisualgoritmi, tällöin löytyy kaikille.
(ii) Kaikki tunnetut ratkaisualgoritmi huonoimmassa tapauksessa eksponentiaalisia.

Miten löydetään vaikeita instansseja NP-täydellisistä ongelmista?

Esimerkki. Satunnainen **SAT**
(i) Generoidaan lauseita satunnaisesti.
(ii) Lauseet literaalien disjunktioita (Esim. $p \vee \neg q \vee r$).
(iii) Kukin lause generoidaan valitsemalla siihen literaalit satunnaisesti annetusta literaalijoukosta.

Keskimäärin helppoja sekä paikallisille että DP-menetelmille.

Esimerkki. Satunnainen k-**SAT**

Lauseet literaalien disjunktioita, joissa kaikissa täsmälleen k literaalia (esimerkiksi 3).

Kukin lause generoidaan valitsemalla siihen satunnaisesti k atomilausetta ja negatoimalla kukin niistä todennäköisyydellä 0.5.

Laskennallisesti haastavia esimerkkejä **faasimuutosalueella**.

Faasimuutos

Faasimuutos: ongelma muuttuu nopeasti alimääritellystä ylimääritellyksi.

Satunnainen 3-**SAT** (Crawford/Auton, 1996):

Vaikeimmat ongelmat pisteessä, jossa puolet satunnaisesti generoiduista lauseista on toteutuvia.

Tämä piste saavutetaan, kun

$$\frac{\text{lauseiden määrä}}{\text{atomilauseiden määrä}} \approx 4.26$$

Nykytilanne

Stokastisilla menetelmillä (WSAT) hämmästyttävän hyvä suorituskyky (pystyvät vaikeisiin 2000 atomilauseen ongelmiin)

Suurimmat ongelmat: 50k atomil., 500k-1M lausetta

Stokastisten menetelmien haittana epätäydellisyys.

Ei voida soveltaa optimaalisuustarkasteluihin, teoreemantodistukseen.

Täydelliset menetelmät (DP): 400 atomilauseeseen asti faasimuutosalueella.