Tik-79.154 **Syksy 1997**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä II
Laskuharjoitus 4
Ratkaisut

1. Huomataan että

$$\{P \mid P \text{ on atomilause joka esiintyy } S\text{:ssä}\}$$

on S:n malli. Silloin

$$M_S = \bigcap_{\substack{M \text{ on} \\ S\text{:n malli}}} M$$

on hyvin määritelty. Erityisesti,

$$M = \{P \mid P \text{ on atomilause ja } S \models P\} \subseteq M_S$$

ja koska M on malli, $M_S = M$ on myös malli. Tarkkaan ottaen, jos

$$P \leftarrow Q_1, \ldots, Q_n \in S$$

ja

$$S \models Q_1 \wedge \cdots \wedge Q_n$$

niin kaikilla M

$$Q_1, \ldots, Q_n \in M,$$

josta seuraa että kaikilla M

$$P \in M$$

ja täten

$$S \models P.$$

Lopuksi todetaan että jos M' on S:n minimaalinen malli niin $M_S \subseteq M'$, niinpä M_S on todella S:n pienin malli.

2. a)

$$\begin{aligned}
T_S(\emptyset) \uparrow 0 &= \{R\} \\
T_S(\emptyset) \uparrow 1 &= \{R, Q_1\} \\
T_S(\emptyset) \uparrow 2 &= \{R, Q_1, P_1\} \\
T_S(\emptyset) \uparrow 3 &= \{R, Q_1, P_1, S_1\} \\
T_S(\emptyset) \uparrow 4 &= \{R, Q_1, P_1, S_1\}
\end{aligned}$$

Siis $M_S = \{R, Q_1, P_1, S_1\}$.

b)

$$\begin{array}{ll}
R & [R] \\
Q_1 & [Q_1 \leftarrow R] \\
P_1 & [P_1 \leftarrow Q_1] \\
S_1 & [S_1 \leftarrow P_1 \wedge Q_1]
\end{array}$$

c)

$$\begin{aligned}
T_S(\emptyset) \uparrow 0 &= \{Q(a)\} \\
T_S(\emptyset) \uparrow 1 &= \{Q(g^i(a))\}_{i=0}^{1} \\
T_S(\emptyset) \uparrow 2 &= \{Q(g^i(a))\}_{i=0}^{2} \\
&\vdots \\
T_S(\emptyset) \uparrow n &= \{Q(g^i(a))\}_{i=0}^{n} \\
&\vdots \\
T_S(\emptyset) \uparrow \omega &= \{Q(g^i(a))\}_{i=0}^{\infty}
\end{aligned}$$