

## T-79.149 Diskreetit rakenteet (2 ov)

Tentti pe 7.1.2005, 15–18 sali T1

Kuulustelija: Pekka Orponen, puh. (451)5246

### LUENTOMONISTE JA HARJOITUSTEHTÄVIEN MALLIRATKAISUT SAA OLLA MUKANA. OHJELMOITAVAT JA MUUT SYMBOLILAS- KENTAKYKYISET LASKIMET KIELLETTY.

1. Ratkaise generoivien funktioiden avulla rekursioyhtälö:

$$\begin{cases} s_0 = 0, \\ s_n = s_{n-1} + n^2, \quad n \geq 1. \end{cases}$$

7p.

2. Määritä seuraavien kombinatoristen perheiden eksponentiaaliset generoivat funktiot:

(a) Täydellisen  $n$ -solmuisen verkon *täydelliset pariutukset*, so. solmujoukon ositukset tasan kaksialkioisiksi (järjestämättömiksi) pareiksi. 4p.

(b) Joukon  $[n] = \{1, \dots, n\}$  permutaatiot, jotka sisältävät tasan kaksi parillisen pituista sykliä. (Näiden lisäksi permutaatiossa saa siis olla mielivaltaisen monta parittoman pituista sykliä.) 4p.

3. Arvioi kohtuulliseksi katsomallasi tarkkuudella seuraavia suureita:

(a) Säännöllisen lausekkeen

$$(a \cup b)^* c (a \cup b)^* c (a \cup b)^*$$

tuottamien  $n$ -merkkisten merkkijonojen määrä.

4p.

(b) Kieliopin

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aT \\ T &\rightarrow ST \mid b \end{aligned}$$

tuottamien  $n$ -merkkisten merkkijonojen määrä.

4p.

Perusta arviosi kummassakin tapauksessa muodostettavien generoivien funktioiden analyttisiin ominaisuuksiin, ratkaisematta niiden kertoimia eksplisiittisesti.

4. Arvioi summan  $\sum_{k=1}^n (\ln k)^2$  arvoa tarkkuudella  $O(1)$ .

7p.

*Yhteensä 30p.*