

T-79.149 Diskreetit rakenteet, syksy 2004

Harjoitus 9, 24.11.

1. Arvioi Darboux'n lauseen (monisteen L.7.2 & L.7.3) avulla seuraavien generoivien funktioiden kertoimien suuruutta:

(a) $f(z) = e^{-z/2}\sqrt{1-z}$,

(b) $f(z) = e^{-z+z^2/2}\sqrt{1-z^2}$.

2. *Involuutioiden* perheen eksponentiaalinen generoiva funktio on $\hat{t}(z) = e^{z+z^2/2}$ (ks. esim. moniste s. 26). Arvioi tällä perusteella n alkion involuutioiden määrää t_n .
3. Bellin lukujen, so. n alkion ositusten määrää kuvaavien lukujen b_n , eksponentiaalinen generoiva funktio on $\hat{b}(z) = \exp(e^z - 1)$. (Ks. esim. harjoitus 3 tehtävä 2, tai moniste s. 25.) Arvioi tällä perusteella lukujen b_n suuruutta.

Jos haluat tutkia tehtävissä 2 ja 3 määrittämiesi arvioiden hyvyyttä, niin tarkasteltavien lukujonojen alkio listoja saa vaivattomasti esim. "Online Encyclopedia of Integer Sequences"-palvelimelta, <http://www.research.att.com/~njas/sequences/>.

Vaihtoehtoisesti voit määrittää tarkkojen arvojen laskemiseen tarvittavat rekursiokaavat itsekin "zD log-tempulla" tehtävissä annetuista egf:stä, tai palauttaa mieliin aiemmista tehtävistä.