

T-79.149 Diskreetit rakenteet, syksy 2004

Harjoitus 5, 20.10.

1. Tarkasta, että kombinatorisia merkkauk- ja kompositiokonstruktioita vastaavat operaattorit ovat egf-tapauksessa samat kuin tgf-tapauksessakin, so. merkkaukselle $\hat{c}(z) = zD\hat{a}(z)$ ja kompositiolle $\hat{c}(z) = \hat{a}(\hat{b}(z))$.
2. Merkitään $b_n^{(r)}$:llä joukon $[n] = \{1, \dots, n\}$ sellaisten ositusten määrää, joissa kuhunkin osituksen luokkaan kuuluu enintään r alkiota. (Lisäksi luokkien täytyy tietenkin olla epätyhjiä.) Määritä jonon $\langle b_n^{(r)} \rangle$ eksponentiaalinen generoiva funktio $\hat{b}^{(r)}(z) = \sum_{n \geq 0} b_n^{(r)} \frac{z^n}{n!}$.
3. Määritä egf:t sellaisten permutaatioiden luokille, joissa (a) permutaation kaikki syklit ovat kolmen pituisia, (b) permutaation kaikki syklit ovat parillisen pituisia.