

T-79.149 Diskreetit rakenteet (2 ov)

Tentti la 16.2.02 klo 10–13, Päärakennus

Kuulustelija: Pekka Orponen

MUISTIINPANOJEN JA MUUN KIRJALLISEN MATERIAALIN KÄYTTÖ SALLITTU. OHJELMOITAVAT JA MUUT SYMBOLILASKENTAKYKYISET LASKIMET KIELLETTY.

1. Ratkaise generoivien funktioiden avulla rekursioyhtälö:

$$\begin{cases} a_0 = 0, & a_1 = 1, \\ a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} + 2^n, & n \geq 2. \end{cases}$$

2. Määritä seuraavien kombinatoristen perheiden generoivat funktiot:

- (a) Permutaatiot, jotka sisältävät ainakin yhden parillisen pituisen syklin (egf).
- (b) Annetun m -alkioisen perusjoukon multiosajoukot, joissa kukin alkio toistuu enintään r kertaa (tgf).

3. Arvioi kohtuulliseksi katsomallasi tarkkuudella seuraavia suureita:

- (a) Säännöllisen lausekkeen

$$(a \cup b)^* d(a \cup b \cup c)^*$$

tuottamien n -merkkisten merkkijonojen määrä.

- (b) Implisiittiyhtälön

$$s(z) = zs(z)^2 + (4z - 1)s(z) + 1$$

määrittelemän generoivan funktion $s(z) = \sum_{n \geq 0} s_n z^n$ kertoimien s_n suuruusluokka.

Perusta arviosi kummassakin tapauksessa muodostettavien generoivien funktioiden analyyttisiin ominaisuuksiin, ratkaisematta niiden kertoimia eksplisiittisesti.

4. Arvioi summan $\sum_{k=1}^n k \ln k$ arvoa tarkkuudella $O(1)$.