

T-79.149 Diskreetit rakenteet, syksy 2001

Harjoitus 9, 28.11.

1. Arvioi Darboux'n lauseen (luentojen L.6.8 & L.6.9) avulla seuraavien generoivien funktioiden kertoimien suuruutta:
 - (a) $f(z) = e^{-z/2} \sqrt{1-z}$,
 - (b) $f(z) = e^{-z+z^2/2} \sqrt{1-z^2}$.
2. Involuutioiden luokan eksponentiaalinen generoiva funktio on $\hat{t}(z) = e^{z+z^2/2}$. (Ks. esim. kotitehtävä 1:4 tai luennot s. 28.) Arvioi tällä perusteella n alkion involuutioiden määrää t_n .
3. Bellin lukujen, so. n alkion ositusten määrää kuvaavien lukujen b_n , eksponentiaalinen generoiva funktio on $\hat{b}(z) = \exp(e^z - 1)$. (Ks. esim. demotehtävä 2:3 tai luennot s. 27.) Arvioi tällä perusteella lukujen b_n suuruutta.

Jos haluat tutkia tehtävissä 2 ja 3 määrittämiesi arvioiden hyvyttä, niin tarkasteltavien lukujonojen alkio listoja saa vaivattomasti esim. "Online Encyclopedia of Integer Sequences"-palvelimelta, <http://www.research.att.com/~njas/sequences/>. Vaihtoehtoisesti voit määrittää tarkkojen arvojen laskemiseen tarvittavat rekursiokaavat itsekin "zD log-tempulla" tehtävissä annetuista egf:stä, tai palauttaa mieliin kotitehtävästä 1:4 ja demotehtävästä 2:3.