

## T-79.149 Diskreetit rakenteet, syksy 2001

Kotitehtävät 2 (palautus 14.11. klo 12:15 mennessä)

1. Liitetään formaaliin kieleen  $L$  tavallinen generoiva funktio

$$\ell(z) = \sum_{n \geq 0} \ell_n z^n,$$

missä  $\ell_n$  = kielen  $L$  sisältämien  $n$ -merkkisten merkkijonojen määrä. Muodosta nämä funktiot seuraavien säännöllisten lausekkeiden kuvaamille kielille:

- (a)  $(a \cup b)^*$
- (b)  $(a \cup bb)^*$
- (c)  $(b \cup c)^* a (b \cup c)^* a (b \cup c)^*$ .

Määritä edelleen generoivien funktioiden kerroinjonot  $\langle \ell_n \rangle$  kullekin kielelle.

2. Osoita, että jos kombinatorinen perhe  $\mathbf{B}$  voidaan tekijöidä  $\mathbf{B} \xrightarrow{\sim} \mathbf{A}^{[*]}$ , niin perheiden  $\mathbf{B}$  ja  $\mathbf{A}$  eri painoisten alkioden lukumäärien kesken vallitsee suhde:

$$nb_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} k a_k b_{n-k}.$$

(*Vihje*: “ $zD \log$ ”-tempu.) Muodosta tuloksen perusteella rekursiokaava  $n$ -solmuisten nimettyjen yhtenäisten verkkojen määrän  $c_n$  laskemiseksi ja määritä arvot  $c_1, \dots, c_6$ . (*Ohje*: Määritä ensin *kaikkien*  $n$ -solmuisten verkkojen määrä  $g_n$ .)

3. Määritä lauseke kieliopin

$$S \rightarrow aSS \mid bS \mid cS \mid d$$

tuottamien  $n$ -merkkisten merkkijonojen määrälle.

4. Arvioi summan  $\sum_{k=1}^n k \ln k$  arvoa tarkkuudella  $O(1)$ .