T-79.148 **Kevät 2004**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Harjoitus 6
Tehtävät

Kotitehtävät:

1. Muodosta yhteydettömät kieliopit seuraaville kielille:

   (a) $\{a^m b^n \mid m > n\}$

   (b) $\{ucv \mid u, v \in \{a,b\}^* \text{ ja } |u| = |v|\}$

   Anna lisäksi (a)-kohdan kieliopin mukainen johto lauseelle *aaabb* ja (b)-kohdan mukainen johto lauseelle *abcab*.

2. Olkoon $\Sigma = \{a, b\}$. Merkkijonon $w \in \Sigma^*$ *komplementti* $\overline{w}$ saadaan korvaamalla kaikki siinä esiintyvät a:t b:llä ja päinvastoin. Esimerkiksi $\overline{aba} = bab$. Osoita täsmällisesti, että kieli
   $$L = \{w\overline{w} \mid w \in \Sigma^*\}$$
   ei ole säännöllinen.

3. Muodosta yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kaikki aakkoston $\Sigma = \{a, b, c\}$ *palindromit*, eli kielen:
   $$L = \{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\} \ .$$

Demonstraatiotehtävät:

4. *Hahmolausekkeet* ovat esimerkiksi UN*X-järjestelmien tekstityökaluissa käytetty säännöllisten lausekkeiden yleistys, jossa sallitaan merkkijonoarvoisten muuttujien käyttö lausekkeissa. Sovitettaessa merkkijonoa annettuun lausekkeeseen vaaditaan, että tietynnimisen muuttujan arvoksi tulee eri kohdissa sama osamerkkijono. Siten esimerkiksi aXb^*Xa ja $aX(a \cup b)^*YX(a \cup b)^*Ya$ ovat aakkoston $\{a, b\}$ hahmolausekkeita, joista ensimmäinen kuvaa kielen $\{awb^n wa \mid w \in \{a,b\}^*,\ n \geq 0\}$. Osoita, että hahmolausekkeet ovat säännöllisten lausekkeiden aito yleistys, so. että niillä voidaan kuvata myös joitakin ei-säännöllisiä kieliä.

5. Osoita, että kieli $\{w \in \{a,b\}^* \mid w$:ssä on yhtä monta a:ta ja b:tä$\}$ ei ole säännöllinen, ja laadi yhteydetön kielioppi sen kuvaamiseen.

6. Laadi yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kaikki seuraavan esimerkin tapaiset, yksinkertaisista sisäkkäisistä `for`-silmukoista, `begin`- ja `end`-sulkeilla kootuista lauseista ja alkeisoperaatioista `a` rakentuvat "ohjelmat":

```
a;
for 3 times do
begin
   for 5 times do a;
   a; a
end.
```

   Voit olettaa silmukkalaskureiden olevan kokonaislukuja väliltä $0, \ldots, 9$.