T-79.148 **Kevät 2004**

Tietojenkäsittelyteorian perusteet

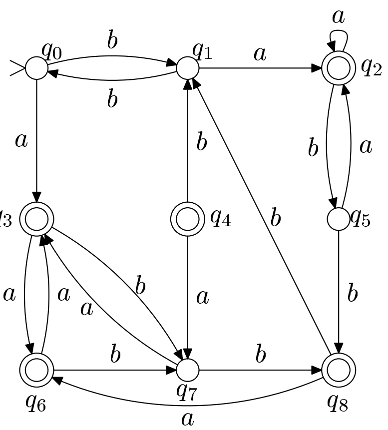
Harjoitus 4

Tehtävät

Kotitehtävät:

1. Laadi epädeterministinen äärellinen automaatti, joka tarkistaa sisältääkö annettu binäärijono osajonon 011 tai 110 (tai molemmat). Determinisoi automaatti.

2. Muodosta seuraavaa determinististä äärellistä automaattia vastaava minimiautomaatti:



3. Merkkijono $x \in \Sigma^*$ on w:n aito alkuosa, mikäli $w = xy$ jollakin $y \in \Sigma^+$. Kielen L sana w on *minimaalinen* mikäli yksikään sen aidoista alkuosista ei kuulu kieleen. Esimerkiksi kielen $\{ab, aba, bb, bba\}$ minimaaliset sanat ovat ab ja bb.

   Osoita, että jos kieli L voidaan tunnistaa äärellisellä automaatilla, niin myös kieli:
   $$\min(L) = \{w \mid w \in L \text{ ja } w \text{ on minimaalinen}\}$$
   voidaan tunnistaa äärellisellä automaatilla.

Demonstraatiotehtävät:

4. Laadi epädeterministinen äärellinen automaatti, joka testaa onko annetun binäärijonon kolmanneksi viimeinen merkki 1, ja determinisoi se.

5. Osoita, että jos aakkoston $\Sigma = \{a, b\}$ kielet A ja B voidaan tunnistaa äärellisillä automaateilla, niin samoin voidaan tunnistaa myös kielet $\bar{A} = \Sigma^* - A$, $A \cup B$ ja $A \cap B$.

KÄÄNNÄ

6. *(Soveltava.)* Monet tiedonsiirtoprotokollien analysointiin käytettävät menetelmät muodostavat järjestelmän tila-avaruuden, jota tutkimalla etsitään ongelmia, esimerkiksi lukkiumia. Yksi tapa muodostaa tila-avaruus on mallintaa kutakin protokollan osapuolta erikseen tilakoneella (äärellisellä automaatilla) ja yhdistää nämä yhdeksi isoksi tilakoneeksi (automaatiksi).

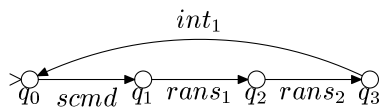
   Olkoon $M_1 = (K_1, \Sigma_1, \Delta_1, s_1, \emptyset)$ ja $M_2 = (K_2, \Sigma_2, \Delta_2, s_2, \emptyset)$ epädeterministisiä tilakoneita.[1] Yhdistetty tilakone $M = (K, \Sigma, \Delta, s, \emptyset)$ muodostetaan seuraavasti:

   - $K = K_1 \times K_2$
   - $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$
   - $s = (s_1, s_2)$
   - Siirtymä $(p_1, p_2) \xrightarrow{a} (q_1, q_2)$ kuuluu relaatioon Δ mikäli jokin seuraavista ehdoista toteutuu:

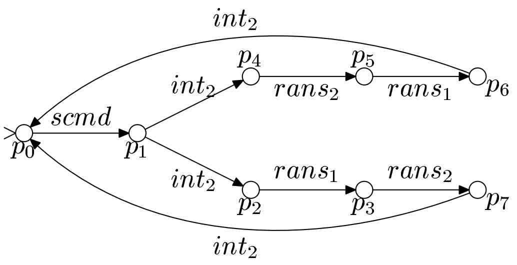
     (a) $a \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2$, $(p_1, a, q_1) \in \Delta_1$ ja $(p_2, a, q_2) \in \Delta_2$.
     (b) $a \in \Sigma_1$, $a \notin \Sigma_2$, $(p_1, a, q_1) \in \Delta_1$ ja $p_2 = q_2$.
     (c) $a \notin \Sigma_1$, $a \in \Sigma_2$, $(p_2, a, q_2) \in \Delta_2$ ja $p_1 = q_1$.

     Olkoot tilakoneet M_1 ja M_2 kuten alla. Muodosta yhdistetty tilakone M ja osoita, että järjestelmässä on lukkiuma (eli tila, josta ei lähde yhtään siirtymää).

M_1:



M_2:



[1] Merkinnät ovat tässä tehtävässä hieman monisteessa käytetyistä poikkeavat. Automaatin tilajoukkoa merkitään Q:n sijaan K:lla, alkutilaa q_0:n sijaan s:llä, ja joukkoarvoinen siirtymäfunktio $\delta\colon K \times \Sigma \to \mathcal{P}(K)$ on kuvattu relaationa $\Delta \subseteq K \times \Sigma \times K$, jossa $(p, a, q) \in \Delta$ jos ja vain jos $q \in \delta(p, a)$.