T-79.148 **Syksy 2004**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Harjoitus 11, 30.11.–1.12.
Tehtävät

Kotitehtävät:

1. Tarkastellaan luennolla esitettyä Turingin koneiden koodausta binäärijonoiksi (monisteen s. 98). Määritä kanonisessa (leksikografisessa) järjestyksessä ensimmäinen binäärijono c, jolla on voimassa $L(M_c) \neq \emptyset$. Onko tällä c voimassa $c \in L(M_c)$? Kuvaile kieli $L(M_c)$ lyhyesti sanallisesti.

2. Ovatko seuraavat väitteet totta vai ei? Perustele vastauksesi.
   (a) Kaikki yhteydettömät kielet ovat rekursiivisia.
   (b) Jokaisen yhteydettömän kielen komplementti on rekursiivinen.
   (c) Kaikkien deterministisillä Turingin koneilla tunnistettavien kielten komplementit ovat rekursiivisia.
   (d) Kaikki epädeterministisillä Turingin koneilla tunnistettavat kielet ovat rekursiivisesti numeroituvia.

3. Osoita, että luennolla tarkastellun diagonaalikielen D (monisteen Lemma 6.5) komplementtikieli

$$\bar{D} = \{c \in \{0,1\}^* \mid c \in L(M_c)\}$$

   on rekursiivisesti numeroituva, so. luonnostele tämän kielen tunnistava Turingin kone. Anna esimerkit Turingin koneista M ja M', joiden koodeilla c ja c' on voimassa $c \in \bar{D}$ ja $c' \notin \bar{D}$ (so. $c' \in D$).

Demonstraatiotehtävät:

4. Osoita, että rekursiivisesti numeroituvien kielten luokka on suljettu yhdisteiden ja leikkausten suhteen. Miksi luokkaa ei voida osoittaa suljetuksi komplementtien suhteen samaan tapaan kuin rekursiivisten kielten luokkaa, yksinkertaisesti tunnistajakoneiden hyväksyvät ja hylkäävät lopputilat vaihtamalla?

5. Osoita, että Turingin koneilla, joilla on hyväksyvän ja hylkäävän lopputilan lisäksi vain *yksi* sisäinen tila, voidaan tunnistaa täsmälleen samat kielet kuin standardimallisillakin koneilla. Saat tarvittaessa olettaa, että koneet ovat moninauhaisia ja voivat pitää nauhapäänsä myös paikallaan (siirtosuunta $S \sim$ 'stationary'). Montako sisäistä tilaa tarvittaisiin simuloinnin toteuttamiseen yksinauhaisilla koneilla?

6. (a) Osoita, että mikä tahansa päätösongelma, jolla on vain äärellisen monta mahdollista syötettä, on ratkeava.
   (b) Osoita, että päätösongelma "esiintyykö luvun π desimaalikehitelmässä jossain kohden sata peräkkäistä nollaa" on ratkeava. Mitä tulos kertoo (i) π:n desimaalikehitelmästä, (ii) ratkeavuuden ja ratkeamattomuuden käsitteistä?