T-79.148 **Syksy 2004**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Harjoitus 5, 19.–20.10.
Tehtävät

Kotitehtävät:

1. Kuvaa seuraavat kielet säännöllisinä lausekkeina:
   (a) $\{w \in \{a,b\}^* \mid w$ sisältää osajonon $abb\}$;
   (b) $\{w \in \{a,b\}^* \mid w$ sisältää osajonon abb tai bba (tai molemmat)$\}$;
   (c) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ sisältää tasan kaksi kappaletta merkkiä $0\}$;
   (d) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ sisältää vähintään kaksi kappaletta merkkiä $0\}$;
   (e) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ sisältää parillisen määrän (mahd. ei yhtään) merkkiä $0\}$;
   (f) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ loppuu eri merkkiin kuin alkaa$\}$;
   (g) $\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| = 1 \pmod 3\}$.

2. (a) Muodosta, luennolla esitettyä konstruktiota (monisteen Lause 2.4) seuraten, säännöllistä lauseketta $((\varepsilon \cup 0)1)^*011^*$ vastaava epädeterministinen äärellinen automaatti.
   (b) Poista (a)-kohdan automaatista ε-siirtymät ja determinisoi se.
   (c) Anna (a)-kohdan kielelle mahdollisimman yksinkertainen sanallinen kuvaus.

3. Kuvaa seuraavat kielet säännöllisinä lausekkeina:
   (a) $\{w \in \{a,b\}^* \mid w$ ei sisällä osajonoa $abb\}$;
   (b) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ sisältää parillisen määrän sekä merkkiä 0 että merkkiä $1\}$.

   (*Ohje:* Suunnittele ensin kunkin kielen tunnistava äärellinen automaatti, vrt. tehtävät 3/1(c) & 3/2, ja sovella sitten luentomonisteen Lauseen 2.5 konstruktiota vastaavan säännöllisen lausekkeen muodostamiseksi.)

Demonstraatiotehtävät:

4. Sievennä seuraavia säännöllisiä lausekkeita (so. konstruoi yksinkertaisemmat lausekkeet samojen kielten kuvaamiseen):
   (a) $(\emptyset^* \cup a)(a^*)^*(b \cup a)b^*$
   (b) $(a \cup b)^* \cup \emptyset \cup (a \cup b)b^*a^*$
   (c) $a(b^* \cup a^*)(a^*b^*)^*$

5. Ratkaise, kuvaavatko säännölliset lausekkeet $r_1 = b^*a(a^*b^*)^*$ ja $r_2 = (a \cup b)^*a(a \cup b)^*$ saman kielen, muodostamalla lausekkeita vastaavat minimaaliset deterministiset äärelliset automaatit.

6. Osoita, että jos L on säännöllinen kieli, niin myös kieli $L' = \{xy \mid x \in L, y \notin L\}$ on säännöllinen.