T-79.148 **Syksy 2003**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Harjoitus 12
Tehtävät

Kotitehtävät:

1. Sinulle tarjotaan seuraavaa ohjelmointitehtävää:

   Intel Septium -koodin optimointi
   Tehtävänä on laatia erään suuren sulautettuja ohjelmistoja valmistavan yrityksen käyttöön ohjelmisto, joka tuottaa annetusta Intel Septium -prosessorin konekielisestä ohjelmasta pienimmän toiminnallisesti ekvivalentin saman prosessorin konekieliohjelman.

   Kommenttisi? Millä ehdoilla ottaisit tehtävän vastaan? Perustelu?

2. Tarkastellaan tietyn käyttöjärjestelmän alaisuudessa toimivia sovellusohjelmia. Ohjelma P on *vaarallinen*, jos se jollakin syötteellä suoritettuna muuttaa käyttöjärjestelmän systeemitiedostoja. *Yleinen virustestaaja* on ohjelma, joka saa syötteenään mielivaltaisen ohjelmatekstin P ja palauttaa tuloksen "VAARA", jos ohjelma P on vaarallinen, ja tuloksen "OK" muulloin. Osoita, että jos vaarallisia ohjelmia on olemassa, niin yleinen virustestaus on mahdotonta. (*Ohje:* Tulkitse Ricen lauseen (monisteen Lause 6.12) käsitteet tässä tarkasteltavassa ohjelmistoympäristössä ja sovella lauseen tulosta.)

3. Laadi rajoittamattomat kieliopit, jotka tuottavat seuraavat kielet:

   (a) $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid w$ sisältää yhtä monta a:ta, b:tä ja c:tä$\}$;
   (b) $\{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$.

Demonstraatiotehtävät:

4. Osoita, Ricen lausetta käyttämättä, että seuraava ongelma on ratkeamaton:

   Annettu Turingin kone M; hyväksyykö M tyhjän merkkijonon?

5. Todista monisteen Lause 6.15:

   (i) Kieli $A \subseteq \Sigma^*$ on rekursiivinen, jos ja vain jos sen karakteristinen funktio

   $$\chi_A : \Sigma^* \to \{0,1\}, \qquad \chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{jos } x \in A; \\ 0, & \text{jos } x \notin A \end{cases}$$

   on rekursiivinen funktio.

   (ii) Kieli $A \subseteq \Sigma^*$ on rekursiivisesti numeroituva, jos ja vain jos on $A = \emptyset$ tai on olemassa rekursiivinen funktio $g : \{0,1\}^* \to \Sigma^*$, jolla

   $$A = \{g(x) \mid x \in \{0,1\}^*\}.$$

6. Osoita, että yhteysherkät kielet voidaan tunnistaa lineaarisesti rajoitetuilla automaateilla. (Käytä hyväksesi sitä, että kieliopin produktioita sovellettaessa lausejohdoksen pituus ei voi koskaan lyhentyä, paitsi tyhjän merkkijonon muodostamassa erikoistapauksessa.) Päättele edellisen perusteella, että kaikki yhteysherkät kielet ovat rekursiivisia.

7. Osoita, että jokainen rajoittamattomalla kieliopilla tuotettava kieli voidaan tuottaa kieliopilla, jossa produktioiden vasemmalla puolella ei esiinny päätemerkkejä.

8. Osoita, että jokainen yhteysherkkä kielioppi voidaan saattaa normaalimuotoon, jossa produktiot ovat muotoa $S \to \varepsilon$ tai $\alpha A \beta \to \alpha \omega \beta$, missä A on kieliopin välike ja $\omega \neq \varepsilon$. (S on tässä kieliopin lähtösymboli.)