

**Kotitehtävät:**

1. Ovatko seuraavat väitteet totta vai ei? Perustele vastauksesi.
  - (a) Kaikki yhteydettömät kielet ovat rekursiivisia.
  - (b) Jokaisen yhteydettömän kielen komplementti on rekursiivinen.
  - (c) Kaikki epädeterministisillä Turingin koneilla tunnistettavat kielet ovat rekursiivisia.
  - (d) Kaikkien deterministisillä Turingin koneilla tunnistettavien kielten komplementit ovat rekursiivisesti numeroituvia.
2. Tulkitse seuraavat laskettavuusteorian perustulokset päätösongelmakäsitteistössä (so. käyttäen käsitteiden “rekursiivinen” ja “rekursiivisesti numeroituva” kieli sijaan käsitteitä “ratkeava” ja “osittain ratkeava” päätösongelma):
  - (a) Rekursiivisten kielten luokka on suljettu yhdisteiden, leikkausten ja komplementtien suhteen. (Monisteen Lause 6.1.)
  - (b) Formaali kieli on rekursiivinen, jos ja vain jos sekä kieli itse että sen komplementti ovat rekursiivisesti numeroituvia. (Monisteen Lause 6.3.)

Miten todistaisit (b)-kohdan tuloksen päätösongelmaversioon käyttämällä todistusformalismina Turingin koneiden sijaan esim. C-ohjelmia?

3. Tarkastellaan luennolla esitettyä Turingin koneiden koodausta binäärijonoiksi (monisteen s. 96). Mikä on kanonisessa (leksikografisessa) järjestyksessä ensimmäinen binäärijono  $c$ , jolla on  $L(M_c) \neq \emptyset$ ? Onko tällä  $c$  voimassa  $c \in L(M_c)$ ?

**Demonstraatiotehtävät:**

4. Osoita, että rekursiivisesti numeroituvien kielten luokka on suljettu yhdisteiden ja leikkausten suhteen. Miksi luokkaa ei voida osoittaa suljetuksi komplementtien suhteen samaan tapaan kuin rekursiivisten kielten luokkaa, yksinkertaisesti tunnistajakoneiden hyväksyvät ja hylkäävät lopputilat vaihtamalla?
5. (a) Osoita, että mikä tahansa päätösongelma, jolla on vain äärellisen monta mahdollista syötettä, on ratkeava.  
(b) Osoita, että päätösongelma “esiintyykö luvun  $\pi$  desimaalikehitelmässä jossain kohden sata peräkkäistä nollaa” on ratkeava. Mitä tulos kertoo (i)  $\pi$ :n desimaalikehitelmästä, (ii) ratkeavuuden ja ratkeamattomuuden käsitteistä?