Tik-79.148 **Kevät 2001**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Laskuharjoitus 2
Tehtävät

Tavalliset tehtävät:

1. Todista induktiolla:

$$1 + 5 + 9 + \cdots + (4n - 3) = n(2n - 1),$$

kun $n \geq 1$.

2. Olkoon S ei-tyhjä äärellinen joukko.
   a) Muodosta jokin injektiivinen funktio $f : S \to 2^S$.
   b) Osoita, että ei ole mahdollista muodostaa injektiivistä funktiota $g : 2^S \to S$.

3. Olkoon aakkosto $\Sigma = \{a, b\}$. Luettele seuraaviin kieliin kuuluvat sanat:
   a) $L_1 = \{w \mid w \in \Sigma\Sigma\}$
   b) $L_2 = \{axbx \mid x \in \Sigma\}$
   c) $L_3 = L_1 \circ L_2$

Demonstraatiotehtävät:

4. Osoita induktiolla, että jokaisessa ei-tyhjän äärellisen joukon S jäsenistä muodostetussa osittaisjärjestyksessä on ainakin yksi minimialkio. Päteekö tulos myös silloin, kun joukko S on ääretön?

5. Osoita, että kaikissa juhlissa on ainakin kaksi henkilöä, jotka tuntevat yhtä monta paikkaolijoista. Käytä kyyhkyslakkaperiaatetta.

6. Määrittele induktiivisesti kahden merkkijonon katenaatio.

7. Osoita, että $(w^R)^R = w$ mille tahansa merkkijonolle w.

8. Olkoon $\Sigma = \{a, b\}$. Anna esimerkkejä merkkijonoista, jotka kuuluvat joukkoihin
   a) $\{w \mid \text{jollekin } u \in \Sigma\Sigma, w = uu^R u\}$
   b) $\{w \mid ww = www\}$
   c) $\{w \mid \text{joillekin } u, v \in \Sigma^*, uvw = wvu\}$
   d) $\{w \mid \text{jollekin } u \in \Sigma^*, www = uu\}$