

Tavalliset tehtävät:

1. Todista induktiolla:

$$1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1),$$

kun $n \geq 1$.

2. Olkoon S ei-tyhjä äärellinen joukko.

- a) Muodosta jokin injektiivinen funktio $f : S \rightarrow 2^S$.
b) Osoita, että ei ole mahdollista muodostaa injektiivistä funktiota $g : 2^S \rightarrow S$.

3. Olkoon aakkosto $\Sigma = \{a, b\}$. Luettele seuraaviin kieliin kuuluvat sanat:

- a) $L_1 = \{w \mid w \in \Sigma\Sigma\}$
b) $L_2 = \{axbx \mid x \in \Sigma\}$
c) $L_3 = L_1 \circ L_2$

Demonstraatiotehtävät:

4. Osoita induktiolla, että jokaisessa ei-tyhjän äärellisen joukon S jäsenistä muodostetussa osittaisjärjestyksessä on ainakin yksi minimialkio. Päteekö tulos myös silloin, kun joukko S on ääretön?
5. Osoita, että kaikissa juhlissa on ainakin kaksi henkilöä, jotka tuntevat yhtä monta paikkaolijoista. Käytä kyyhkyslakkaperiaatetta.
6. Määrittele induktiivisesti kahden merkkijonon katenaatio.
7. Osoita, että $(w^R)^R = w$ mille tahansa merkkijonolle w .
8. Olkoon $\Sigma = \{a, b\}$. Anna esimerkkejä merkkijonoista, jotka kuuluvat joukkoihin
- a) $\{w \mid \text{jollekin } u \in \Sigma\Sigma, w = uu^R u\}$
b) $\{w \mid ww = www\}$
c) $\{w \mid \text{joillekin } u, v \in \Sigma^*, uvw = wvu\}$
d) $\{w \mid \text{jollekin } u \in \Sigma^*, www = uu\}$