Tik-79.148 **Kevät 2000**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Laskuharjoitus 8
Ratkaisut

1. (4.1.2)

   Turingin kone on tilakoneen yleistys, jossa lukupäätä voidaan liikuttaa molempiin suuntiin syötenauhaa. Nauhalle voidaan myös kirjoittaa jokin aakkoston symboleista.

   Formaalisti Turingin kone määritellään seuraavasti: (tämä määritelmä on oppikirjan vanhemman painoksen mukainen, uudessa painoksessa kone määritellään hieman eri tavalla, mutta perusidea on samanlainen).

   Turingin kone on nelikko $M = (K, \Sigma, \delta, s)$, missä K on tilojen joukko, johon **ei** kuulu lopputilaa h, Σ on aakkosto, johon kuuluu tyhjä merkki $\#$, mutta ei symboleita L ja R, $s \in K$ on alkutila ja δ on funktio $K \times \Sigma \to (K \cup \{h\}) \times (\Sigma \cup \{L, R\})$.

   Turingin koneen kulloinkin valittava siirtymä riippuu tilasta, jossa kone on ja lukupään kohdalla olevasta symbolista. Siirtymässä kone siirtyy uuteen tilaan ja joko kirjoittaa nauhalle uuden symbolin tai siirtää lukupäätä oikealle (R) tai vasemmalle (L).

   Syötenauha on oikealle päin äärettömän mittainen. Turingin koneen saama syöte on kirjoitettuna nauhan vasempaan päähän, ja syötteestä oikealle nauha on tyhjä (eli jokaisessa kohdassa on '#').

   Turingin kone pysähtyy, mikäli se siirtyy jossain vaiheessa tilaan h. Mikäli kone yrittää siirtää lukupäätänsä vasemalle pois nauhalta, se jää jumiin (*hangs*), mutta ei varsinaisesti pysähdy.

   Tehtävässä Turingin kone $M = (K, \Sigma, \delta, s)$, missä

$$K = \{q_0, q_1, q_2\}$$
$$\Sigma = \{a, b, \#\}$$
$$s = q_0$$

   ja

q	σ	$\delta(q,\sigma)$	no.
q_0	a	(q_1, L)	1.
q_0	b	(q_0, R)	2.
q_0	$\#$	(q_0, R)	3.
q_1	a	(q_1, L)	4.
q_1	b	(q_2, R)	5.
q_1	$\#$	(q_1, L)	6.
q_2	a	(q_2, R)	7.
q_2	b	(q_2, R)	8.
q_2	$\#$	$(h, \#)$	9.

   Lähdettäessä liikkeelle konfiguraatiosta $(q_0, a\underline{b}b\#bb\#\#aba)$ tapahtuu seuraavaa:

Tila	Nauha	Siirtymä
q_0	$(a\underline{b}b\#bb\#\#aba)$	2.
q_0	$(ab\underline{b}\#bb\#\#aba)$	2.
q_0	$(abb\underline{\#}bb\#\#aba)$	3.
$\cdots$	$(\cdots$	$\cdots$
q_0	$(abb\#bb\#\#\underline{a}ba)$	1.
q_1	$(abb\#bb\#\underline{\#}aba)$	4.
q_1	$(abb\#bb\underline{\#}\#aba)$	4.
q_1	$(abb\#b\underline{b}\#\#aba)$	5.
q_2	$(abb\#bb\underline{\#}\#aba)$	9.
h	$(abb\#bb\underline{\#}\#aba)$	

2. (4.1.6)

   Oikeista konfiguraatioista on tässä lyhennetty merkintä, vääristä lyhyt perustelu, missä on virhe.

   i) $(q, a\#a\#\underline{\#}\#a)$

   ii) $(q, abc\underline{b}abc)$

   iii) $(p, abc\underline{\#})$

   iv) ei kelpaa, sillä luettava merkki $e \notin \Sigma$.

   v) Muuten oikein, mutta syötteen lopussa olevat tyhjät merkitään näkyviin ainoastaan mikäli ne ovat lukupään kohdalla tai vasemmalla puolella. Pitäisi olla $(q, a\#ab\underline{b}ab\#b)$.

   vi) Lukupään kohdalla ab on merkkijono, ei yksittäinen merkki.

   vii) $(q, \underline{\#}\#\#\#\#a)$

   viii) $(h, abc\underline{a})$

3. (4.1.7)

$$
\begin{aligned}
M &= (K, \Sigma, \delta, s) \\
K &= \{q_0, q_1\} \\
\Sigma &= \{a, b, \#\} \\
s &= q_0
\end{aligned}
$$

   Siirtymäfunktio δ:

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	(q_1, R)
q_0	b	(q_0, R)
q_0	$\#$	(q_0, R)
q_1	a	(h, a)
q_1	b	(q_0, R)
q_1	$\#$	(q_0, R)

4. (- / 4.2.3)

Turingin kone M ratkaisee kielen L, mikäli

$$(s, \#w\underline{\#}) \vdash_M^* (h, \#Y\underline{\#}) \text{ aina kun } w \in L, \text{ ja}$$
$$(s, \#w\underline{\#}) \vdash_M^* (h, \#N\underline{\#}) \text{ aina kun } w \notin L.$$

Kielen $\{w \in \{a,b\}^* \mid w\colon \text{ssä on ainakin yksi } a\}$ ratkaisee Turingin kone

$$M = (K, \Sigma, \delta, s)$$
$$K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$$
$$\Sigma = \{a, b, Y, N, \#\}$$
$$s = q_0$$

Tilansiirtofunktioon on merkitty ainoastaan ne tilanteet, joihin on mahdollista päätyä oikeanmuotoisella syötteellä:

q	σ	$\delta(q,\sigma)$
q_0	$\#$	(q_1, L)
q_1	a	$(q_2, \#)$
q_1	b	$(q_0, \#)$
q_1	$\#$	(q_5, R)
q_2	$\#$	(q_3, L)
q_3	a	$(q_2, \#)$
q_3	b	$(q_2, \#)$
q_3	$\#$	(q_4, R)
q_4	$\#$	(q_4, Y)
q_4	Y	(h, R)
q_5	$\#$	(q_5, N)
q_5	N	(h, R)

Kone toimii käymällä sanaa lopusta alkuunpäin. Niin kauan kuin vastaan ei ole tullut yhtään a-kirjainta pyöritään tilojen q_0 ja q_1 välillä, ja samalla tyhjennetään nauhaa. Jos sana loppuu ennen kuin ensimmäinen a on löytynyt, siirrytään tilaan q_5 ja kirjoitetaan nauhalle N. Kun a on löytynyt, tyhjennetään nauha tilojen q_2 ja q_3 avulla, ja lopuksi siirrytään tilaan q_4 js kirjoitetaan nauhalle Y.