Tik-79.148 **Kevät 2000**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Laskuharjoitus 1
Tehtävät

1. (1.1.2 / 1.2.2) Kirjoita auki seuraavat joukot:

   b) $\bigcup\{\{3\},\{3,5\},\bigcap\{\{5,7\},\{7,9\}\}\}$

   d) $2^{\{7,8,9\}} - 2^{\{7,9\}}$

   e) $2^{\emptyset}$

2. (1.3.1 / 1.4.1) Olkoon $R = \{(a,c),(c,e),(e,e),(e,b),(d,b),(d,d)\}$. Piirrä suunnatut graafit, jotka esittävät relaatioita

   a) R

   b) $R \circ R$

   c) R^{-1}

   d) $R \cup (R \circ R)$

3. (1.3.5 / 1.4.5) Olkoon $f : A \to B$. Osoita, että relaatio R on ekvivalenssirelaatio, kun $(a,b) \in R$, joss. $f(a) = f(b), a, b \in A$.

4. (1.3.8 / 1.4.8) Osoita, että mikäli S on mikä tahansa joukkojen joukko, niin $R_s = \{(A,B) \mid A, B \in S, A \subseteq B\}$ on osittaisjärjestys.

5. (1.6.3./ 1.5.3) Onko binäärirelaation symmetrisen sulkeuman transitiivinen sulkeuma välttämättä refleksiivinen. Todista tai anna vastaesimerkki.

6. Mitä ehtoja täytyy suunnatun graafin täyttää, jotta sen voi katsoa esittävän jotain funktiota? Entä funktiota, jolla on käänteisfunktio?

7. Olkoon S mielivaltainen joukko ja Π joukon S kaikkien ositusten joukko. Määritellään binäärirelaatio R siten, että $(\Pi_1, \Pi_2) \in R$ jos ja vain jos kaikille $S_1 \in \Pi_1$ on olemassa $S_2 \in \Pi_2$ siten, että $S_1 \subseteq S_2$. Osoita, että R on Π:n osittaisjärjestys. Mitkä ovat R:n minimi- ja maksimialkiot?