Tik-79.148 **Kevät 1998**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet Laskuharjoitus 8
Ratkaisut

1. (3.4.1/3.4.2)

   Annettua yhteydetöntä kielioppia $G = (V, \Sigma, R, S)$ vastaava pinoautomaatti voidaan muodostaa seuraavasti:

   Automaattiin otetaan kaksi tilaa, p ja q. p on alkutila, josta siirrytään ensimmäisellä siirtymällä tilaan q, jossa pysytään koko loppusuorituksen ajan. Kieliopin ja pinoautomaatin aakkostot vastaavat toisiaan, joten $M = (\{p,q\}, \Sigma, V, \Delta, p, \{q\})$.

   Siirtymäfunktio Δ:an kuuluvat seuraavat siirtymät:

   1. $((p, e, e), (q, S))$
   2. $((q, e, A), (q, x)$ kaikille säännöille $A \to x$.
   3. $((q, a, a), (q, e))$ kaikille $a \in \Sigma$

   Automaatin suorituksen aluksi asetetaan pinoon kieliopin aloitussymboli. Tämän jälkeen voidaan pinon päällä oleva nonterminaali korvata jonkin vastaavan säännön oikealla puolella. Mikäli pinon päällä on jokin terminaalisymboli, luetaan sama symboli syötteestä.

   Noudattamalla ylläolevia sääntöjä tehtävän kielioppiin saadaan aikaan pinoautomaatti $M = (\{p,q\}, \Sigma, V, \Delta, p, \{q\})$, missä

$$
\begin{aligned}
\Delta = \{ & ((p,e,e),(q,s)) && 1. \\
& ((q,e,S),(q,e)) && 2. \\
& ((q,e,S),(q,SS)) && 2. \\
& ((q,e,S),(q,(S))) && 2. \\
& ((q,(,(),(q,e)) && 3. \\
& ((q,),)),(q,e)) && 3.
\end{aligned}
$$

2. (4.1.2)

   Turingin kone on tilakoneen yleistys, jossa lukupäätä voidaan liikuttaa molempiin suuntiin syötenauhaa. Nauhalle voidaan myös kirjoittaa jokin aakkoston symboleista.

   Formaalisti Turingin kone määritellään seuraavasti: (tämä määritelmä on oppikirjan vanhemman painoksen mukainen, uudessa painoksessa kone määritellään hieman eri tavalla, mutta perusidea on samanlainen).

   Turingin kone on nelikko $M = (K, \Sigma, \delta, s)$, missä K on tilojen joukko, johon **ei** kuulu lopputilaa h, Σ on aakkosto, johon kuuluu tyhjä merkki $\#$, mutta ei symboleita L ja R, $s \in K$ on alkutila ja δ on funktio $K \times \Sigma \to (K \cup \{h\}) \times (\Sigma \cup \{L, R\})$.

Turingin koneen kulloinkin valittava siirtymä riippuu tilasta, jossa kone on ja lukupään kohdalla olevasta symbolista. Siirtymässä kone siirtyy uuteen tilaan ja joko kirjoittaa nauhalle uuden symbolin tai siirtää lukupäätä oikealle (R) tai vasemmalle (L).

Syötenauha on oikealle päin äärettömän mittainen. Turingin koneen saama syöte on kirjoitettuna nauhan vasempaan päähän, ja syötteestä oikealle nauha on tyhjä (eli jokaisessa kohdassa on '#').

Turingin kone pysähtyy, mikäli se siirtyy jossain vaiheessa tilaan h. Mikäli kone yrittää siirtää lukupäätänsä vasemalle pois nauhalta, se jää jumiin (*hangs*), mutta ei varsinaisesti pysähdy.

Tehtävässä Turingin kone $M = (K, \Sigma, \delta, s)$, missä

$$
\begin{aligned}
K &= \{q_0, q_1, q_2\} \\
\Sigma &= \{a, b, \#\} \\
s &= q_0
\end{aligned}
$$

ja

q	σ	$\delta(q,\sigma)$	no.
q_0	a	(q_1, L)	1.
q_0	b	(q_0, R)	2.
q_0	$\#$	(q_0, R)	3.
q_1	a	(q_1, L)	4.
q_1	b	(q_2, R)	5.
q_1	$\#$	(q_1, L)	6.
q_2	a	(q_2, R)	7.
q_2	b	(q_2, R)	8.
q_2	$\#$	$(h, \#)$	9.

Lähdettäessä liikkeelle konfiguraatiosta $(q_0, a\underline{b}b\#bb\#\#aba)$ tapahtuu seuraavaa:

Tila	Nauha	Siirtymä
q_0	$a\underline{b}b\#bb\#\#aba)$	2.
q_0	$ab\underline{b}\#bb\#\#aba)$	2.
q_0	$abb\underline{\#}bb\#\#aba)$	3.
...	...	...
q_0	$abb\#bb\#\#\underline{a}ba)$	1.
q_1	$abb\#bb\#\underline{\#}aba)$	4.
q_1	$abb\#bb\underline{\#}\#aba)$	4.
q_1	$abb\#b\underline{b}\#\#aba)$	5.
q_2	$abb\#bb\underline{\#}\#aba)$	9.
h	$abb\#bb\underline{\#}\#aba)$	

3. (4.1.4)

$$
\begin{aligned}
M &= (K, \Sigma, \delta, s) \\
K &= \{q_0, q_1, q_2\} \\
\Sigma &= \{a, \#\} \\
s &= q_0
\end{aligned}
$$

q	σ	$\delta(q,\sigma)$
q_0	a	(q_1, L)
q_0	$\#$	$(q_0, \#)$
q_1	a	$(q_2, \#)$
q_1	$\#$	$(h, \#)$
q_2	a	(q_2, a)
q_2	$\#$	(q_0, L)

Tarkastellaan koneen käyttäytymistä muutamalla eri n:n arvolla.

(a) Esim. $n = 3, (q_0, \#aaa\underline{a}) \vdash (q_1, \#aa\underline{a}a) \vdash (q_2, \#aa\underline{\#}a) \vdash (q_0, \#a\underline{a}\#a) \vdash (q_1, \#\underline{a}a\#a) \vdash (q_2, \#\underline{\#}a\#a) \vdash (q_0, \underline{\#}\#a\#a) \vdash^* (q_0, \underline{\#}\#a\#a)$. Turingin kone yritti siirtyä pois nauhalta, ja jäi jumiin.

(b) Esim. $n = 2, (q_0, \#aa\underline{a}) \vdash (q_1, \#a\underline{a}a) \vdash (q_2, \#a\underline{\#}a) \vdash (q_0, \#\underline{a}\#a) \vdash (q_1, \underline{\#}a\#a) \vdash (h, \underline{\#}a\#a)$ Tällä kertaa kone pysähtyi.

Turingin kone poistaa nauhalta joka toisen a-kirjaimen. Kokeilemalla vielä muillakin n:n arvoilla huomataan, että aina kun nauhalla on parillinen määrä a-kirjaimia (siis n pariton) kone jää jumiin, ja aina parittomalla määrällä pysähtyy.

4. (4.1.6)

Oikeista konfiguraatioista on tässä lyhennetty merkintä, vääristä lyhyt perustelu, missä on virhe.

i) $(q, a\#a\#\underline{\#}\#a)$

ii) $(q, abc\underline{b}abc)$

iii) $(p, abc\underline{\#})$

iv) ei kelpaa, sillä luettava merkki $e \notin \Sigma$.

v) Muuten oikein, mutta syötteen lopussa olevat tyhjät merkitään näkyviin ainoastaan mikäli ne ovat lukupään kohdalla tai vasemmalla puolella. Pitäisi olla $(q, a\#ab\underline{b}ab\#b)$.

vi) Lukupään kohdalla ab on merkkijono, ei yksittäinen merkki.

vii $(q, \underline{\#}\#\#\#\#a)$

viii $(h, abc\underline{a})$