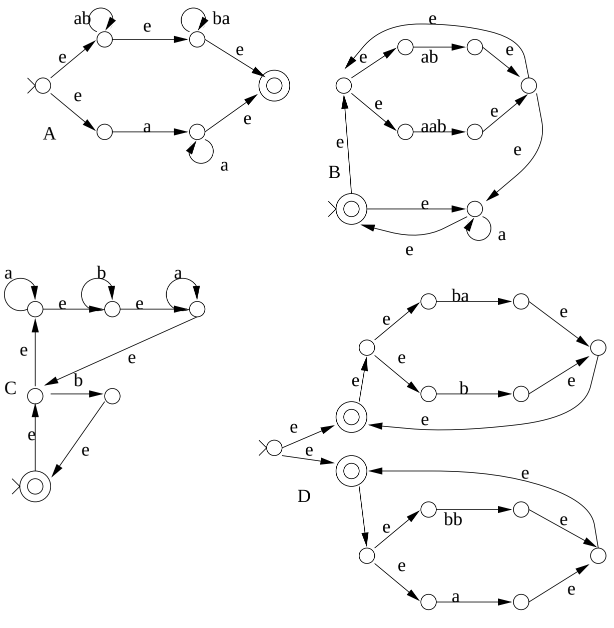
Tik-79.148 **Kevät 1998**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet Laskuharjoitus 4
Ratkaisut

1. (2.2.3/2.2.2)

   Epädeterministinen tilakone $M = (K, \Sigma, \Delta, s, F)$ eroaa deterministisestä tilansiirtorelaationsa osalta. Epädeterminisisessä koneessa relaatio $Delta \subset K \times \Sigma^* \times K$, eli yhdestä tilasta voi olla monta eri siirtymää samalle symbolille, ja yhdessä siirtymässä voi olla useampia kuin yksi symboli. Lisäksi sallitaan tyhjät (e) siirtymät, joissa automaatti voi siirtyä epädeterministisesti uuteen tilaan ilman mitään syötettä. Epädeterministinen tilakone hyväksyy sanan, mikäli löytyy jokin reitti alkutilasta lopputilaan.

   Sovellutuksissa ei ole mahdollista vain arvata suoraan oikeaa reittiä lopputilaan, vaan käytännössä joudutaan käymään kaikki mahdolliset reitit systemaattisesti läpi. Epädeterministisiä tilakoneita kuitenkin käytetään, koska on olemassa tehokkaita algoritmeja epädeterministisen tilakoneen muodostamiseksi säännöllisestä lausekkeesta. Mikäli suorituksen nopeus on tärkeää, voidaan epädeterministinen kone muuttaa aina deterministiseksi.



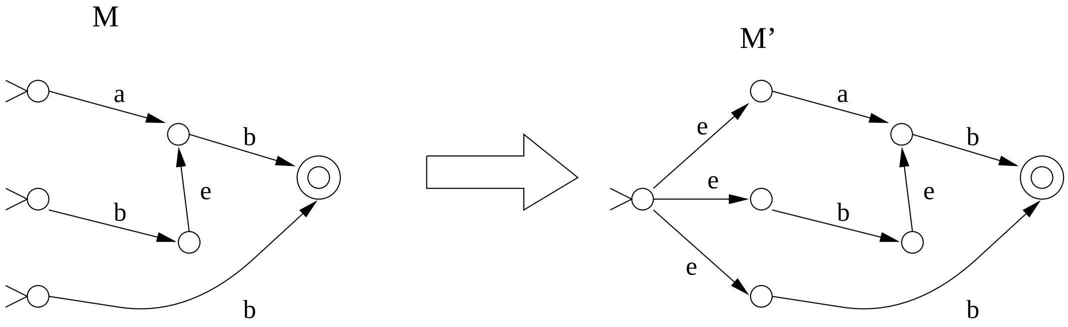
2. (2.2.4b / 2.2.5)

   On siis $M = (K, \Sigma, \Delta, S, F)$, missä $S \subseteq K$ on alkutilojen joukko.

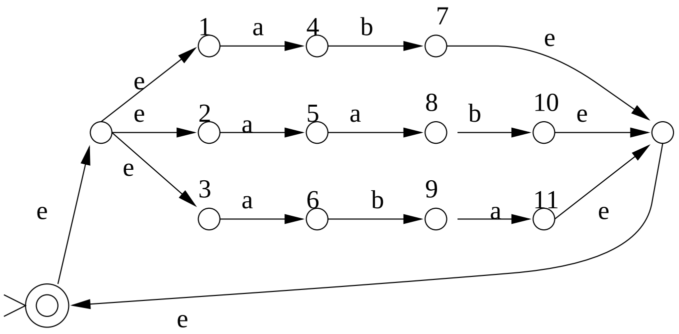
Tällaiselle koneelle voidaan aina konstruoida vastaava tavallinen epädeterministinen tilakone seuraavasti:

$$M' = (K \cup \{s\}, \Sigma, \Delta', s, F), s \notin K, \text{ jossa}$$
$$\Delta' = \Delta \cup \{(s, e, s') | s' \in S\}$$

Konstruktion perusajatuksena on siis, että M' on muuten samanlainen kone kuin M on, mutta siihen lisätään yksi tila lisää. Tämä uusi tila otetaan alkutilaksi, ja lisätään siitä e-siirtymät kaikkiin M:n alkutiloihin. Nyt M' on kirjan määritelmän mukainen yhden alkutilan automaatti, ja molemmat tilakoneet hyväksyvät selvästikin saman kielen, eli $L(M) = L(M')$. Ehdotettu laajennus ei siis tuo tilakoneisiin lisää ilmaisuvoimaa.



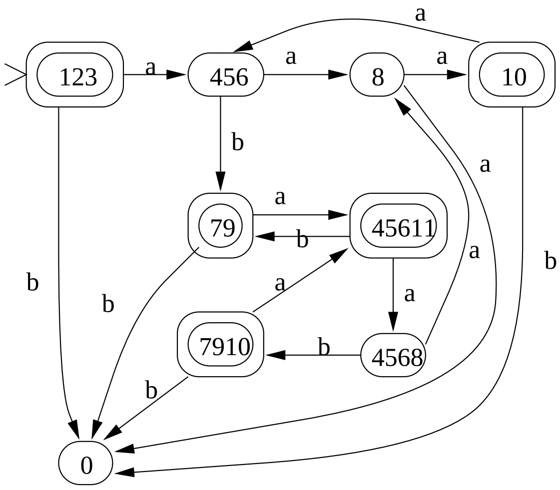
3. (2.2.6 / 2.3.1)

a) 

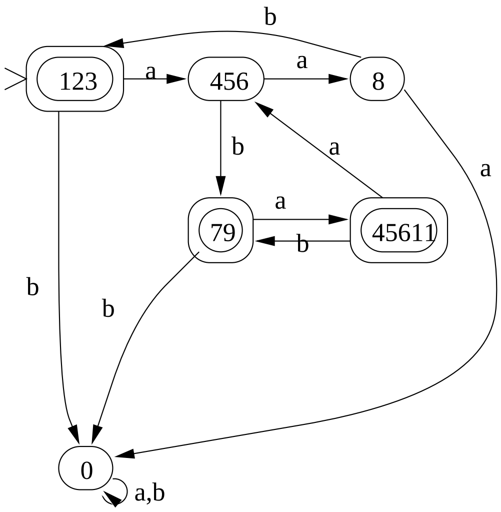
b) Tilakone muutetaan deterministiseksi siten, että muodostetaan kaikille mahdollisille syötteille kaikkien niiden tilojen joukko, jossa epädeterministinen tilakone voi olla. Näistä joukoista tehdään deterministisen tilakoneen tilat.

Tehtävän tilakoneessa on yksinkertaisuuden vuoksi numeroitu ainoastaan ne tilat, joihin ei liity pelkkiä e-siirtymiä. Tilakoneen alkutilasta päästään e-siirtymillä tiloihin 1, 2 ja 3, joten deterministisen tilakoneen alkutilaksi tulee tila 123. Näistä kolmesta tilasta voidaan a:lla siirtyä tiloihin 4, 5 tai 6, ja b:llä ei päästä minnekään. Alla on tilasiirtymien taulukko (sitäkin on yksinkertaistettu, esimerkiksi toisella rivillä oleva tila 79 pitää sisällään myös kaikki ne tilat, joihin päästään e-siirtymillä tiloista 7 ja 9). Lopputiloiksi otetaan kaikki ne tilat, joihin sisältyy jokin epädeterministisen tilakoneen lopputiloista.

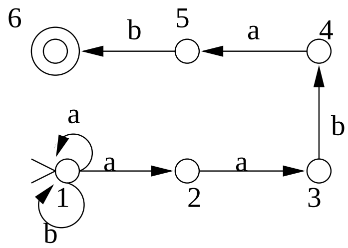
Tila	a	b
123	456	$\emptyset$
456	8	79
8	$\emptyset$	10
79	45611	$\emptyset$
10	456	$\emptyset$
45611	4568	79
4568	8	7910
7910	45611	$\emptyset$



c) Tarkastelemalla saatua tilakonetta huomataan, että tilat 123 ja 10 ovat molemmat lopputiloja, ja niistä lähtevät kaaret vievät samoihin tiloihin. Ne voidaan siis yhdistää. Samoin myös 79 ja 7910 ovat ekvivalentit. Kun 79 ja 7910 on yhdistetty, ovat myös 468 ja 4568 ekvivalentteja. Minimoitu tilakone on:



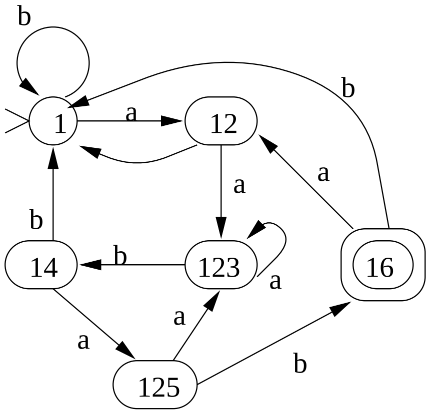
4. (2.2.7 / -)



a)

b) Tilataulukko on:

Tila	a	b
1	12	1
12	123	1
123	123	14
14	125	1
125	123	16
16	12	1

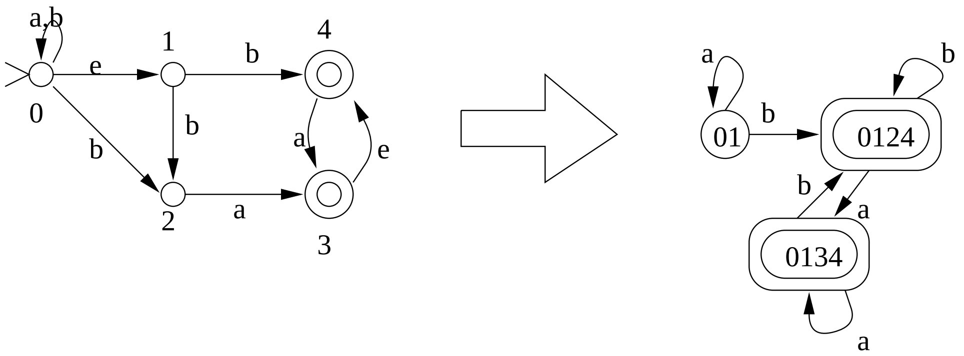


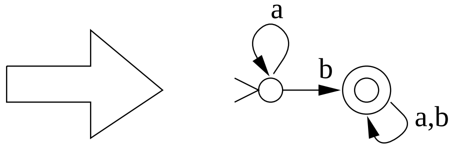
c) Saadusta tilakoneesta ei voida supistaa yhtään tilaa pois. Tiloista 1 ja 16 lähtevät kaaret menevät kyllä samoihin tiloihin, mutta koska vain toinen niistä on lopputila, ei niitä saa yhdistää.

5. (2.2.9 / 2.3.3)

a) Tilataulukko on:

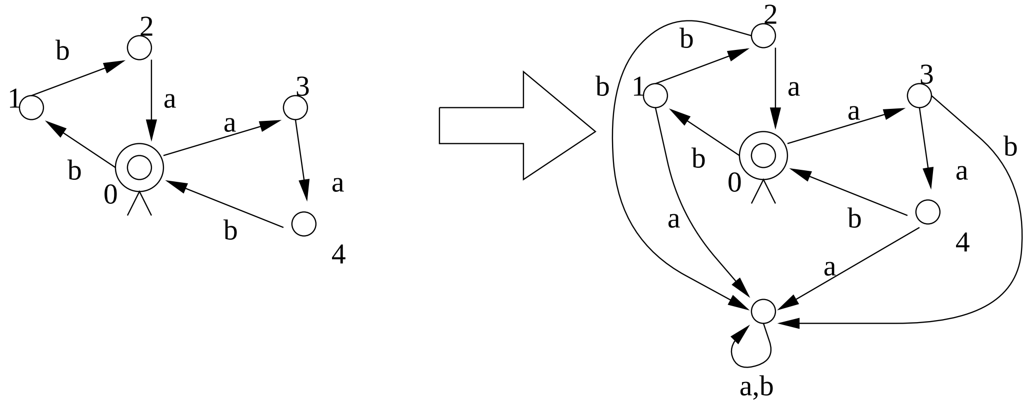
Tila	a	b
01	01	0124
0124	0134	0124
0134	0134	0124





b) Tilataulukko on:

Tila	a	b
0	3	1
1	$\emptyset$	2
2	0	$\emptyset$
3	4	$\emptyset$
4	$\emptyset$	0



Tässä tapauksessa deterministinen tilakone on muuten samanlainen kuin epädeterministinenkin, paitsi että siihen on lisätty kaikki “puuttuvat” kaaret.