T-79.146 **Kevät 2005**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 9
8.4.2005

1. CTL määritellään käyttämällä operaattoreita $\mathbf{A}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{X}$ ja $\mathbf{U}$, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

   $\mathbf{EX}P$: $\neg\mathbf{AX}\neg P$

   $\mathbf{AF}P$: $\mathbf{A}(\top\mathbf{U}P)$

   $\mathbf{EF}P$: $\mathbf{E}(\top\mathbf{U}P)$

   $\mathbf{AG}P$: $\neg\mathbf{EF}\neg P$

   $\mathbf{EG}P$: $\neg\mathbf{AF}\neg P$

   Anna kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määrävä ehto perusoperaattoreiden tapaan: $\mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}P$ joss $\mathcal{M}, t \models P$ kaikille t, joille sRt.

2. LTL määritellään käyttämällä operaattoreita $\mathbf{X}$ ja $\mathbf{U}$, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

   $\mathbf{F}P$: $\top\mathbf{U}P$

   $\mathbf{G}P$: $\neg\mathbf{F}\neg P$

   $P\mathbf{R}Q$: $\neg\big((\neg P)\mathbf{U}(\neg Q)\big)$

   Anna kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määrävä ehto perusoperaattoreiden tapaan: $\mathcal{M}, x \models \mathbf{X}P$ joss $\mathcal{M}, x^1 \models P$.

3. Olkoon $\mathcal{F} = \langle S, R \rangle$, missä

$$\begin{array}{ll} S = \{s_0, s_1, s_2\} & \text{ja} \\ R = \big\{\langle s_0, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_2\rangle\big\}. & \end{array}$$

   Olkoot P ja Q atomilauseita. Määrittele atomilauseille valuaatio v kehyksen $\mathcal{F}$ maailmoissa s_0, s_1 ja s_2 siten, että kehykseen $\mathcal{F}$ perustuvan mallin $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$ täydelle polulle $x = (s_0, s_1, s_2, s_2, s_2, \ldots)$ pätee

$$\mathcal{M}, x \models P\mathbf{U}Q, \quad \text{mutta} \quad \mathcal{M}, x \not\models Q\mathbf{R}P.$$