

1. a) Osoita, että jos kehys on sarjallinen, niin  $\Box P \rightarrow \Diamond P$  on pätevä kehyksessä.
- b) Osoita, että jos kehys on heikosti tiheä, niin  $\Box\Box P \rightarrow \Box P$  on pätevä kehyksessä.
2. a) Anna lauseelle  $\Box P \rightarrow \Box(Q \rightarrow P)$  (Hilbert-tyylinen) **K**-todistus.
- b) Anna lauseelle

$$\Box\neg Q \rightarrow \Box\neg P$$

(Hilbert-tyylinen) **K**-johto lausejoukosta  $\{\Box(P \rightarrow Q)\}$ . Osoita siis, että

$$\{\Box(P \rightarrow Q)\} \vdash_{\mathbf{K}} \emptyset \implies \Box\neg Q \rightarrow \Box\neg P.$$

3. a) Osoita, että

$$\{P \rightarrow Q, \neg Q \rightarrow P, R\} \vdash_{\mathbf{K}} \{\neg R \vee Q, \neg Q \vee S\} \implies \Box Q \wedge S$$

pätee (antamalla **K**-johto lauseelle  $\Box Q \wedge S$ ).

- b) Osoita, että

$$\{\Diamond Q \rightarrow \Box Q, Q \rightarrow \neg P\} \vdash_{\mathbf{K}} \{\Diamond P\} \implies \Box\neg Q$$

pätee.