T-79.146 Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I **Kevät 2005/IN**
Tentti 10.5.2005

1. a) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa, että logiikalla on äärellisen mallin ominaisuus ja että logiikka on ratkeava.

b) Anna kahden agentin tietämyslogiikan $\mathbf{S5}_2$ mukainen malli, jossa lause $\neg K_2 K_1 P \vee K_2 \neg K_1 P$ on tosi jossain mallin tilassa muttei ole pätevä mallissa. Tässä $\mathbf{S5}$ on refleksiivisten, symmetristen ja transitiivisten kehysten luokka, K_1 ja K_2 ovat modaalioperaattoreita agenttien 1 ja 2 tietämykselle ja P on atomilause.

c) CTL-logiikka voidaan määritellä käyttäen vain perusoperaattoreita $\wedge$, $\neg$, $\mathbf{AX}$, $\mathbf{A}(\cdot\mathbf{U}\cdot)$, $\mathbf{E}(\cdot\mathbf{U}\cdot)$. Esimerkiksi operaattorit $\mathbf{AF}$, $\mathbf{AG}$ voidaan nähdä lyhennysmerkintöinä ko. perusoperaattoreista. Anna lyhennysmerkintöjä $\mathbf{AF}P$ ja $\mathbf{AG}P$ vastaavat lauseet käyttäen ainoastaan perusoperaattoreita, missä P on atomilause.

2. Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Anna taulun perusteella (vasta)malli, kun se on mahdollista (P ja Q ovat atomilauseita).

a) $\{\neg\Diamond\neg P\} \models_{\mathbf{K}} \{\Diamond\neg Q\} \Longrightarrow \Box\Box(\Diamond P \vee \neg Q)$, missä $\mathbf{K}$ on kaikkien kehysten luokka.

b) $\{\} \models_{\mathbf{K4}} \{\} \Longrightarrow \Box\Diamond P \rightarrow \Box\Diamond\Box P$, missä $\mathbf{K4}$ on transitiivisten kehysten luokka.

c) On olemassa sarjallinen malli ja siinä tila, jossa $\Box P$ on tosi, mutta lause $\Diamond\Box(P \rightarrow \Box P)$ on epätosi.

3. a) Selitä, miksi oheinen lausejono ei ole hyväksyttävä $\mathbf{K}$-johto lauseelle R globaalista premissijoukosta $\{P\}$ ja lokaalista premissijoukosta $\{\Box P \rightarrow R\}$. Anna hyväksyttävä $\mathbf{K}$-johto lauseelle R ko. premissijoukoista eli osoita $\{P\} \vdash_{\mathbf{K}} \{\Box P \rightarrow R\} \Longrightarrow R$.

1. P
2. $\Box P \rightarrow R$
3. $\Box P$
4. R

b) Määrittele, mitä tarkoittaa Hilbert-todistusteorian virheettömyys (soundius) ja täydellisyys annetulle modaalilogiikalle L.

c) Olkoon annettuna Hilbert-tyylinen todistusteoria, jossa aksioomina ovat kaikki klassiset tautologiat ja kaikki muotoa $\Box\Box(P \rightarrow Q) \rightarrow (\Box P \rightarrow \Box Q)$ olevat lauseet ja päättelysääntöinä Modus Ponens ja välttämättömyyssääntö (N-sääntö).

Olkoon $\mathbf{K}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että yllä annettu todistusteoria ei ole virheetön modaalilogiikalle $\mathbf{K}$.

4. a) Anna seuraavia ehtoja vastaavat CTL-lauseet.

(i) Tila, jossa on voimassa ehto `req`, esiintyy äärettömän usein millä tahansa laskentapolulla.

(ii) Jos ehto `busy` ei ole voimassa, se ei tule voimaan ennen ehtoa `req`.

b) Olkoon $\langle S, R, v\rangle$ tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä $S = \{a, b, c, d, e\}$,
$R = \{\langle a, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle b, e\rangle, \langle e, b\rangle, \langle e, d\rangle, \langle d, c\rangle\}$,
$v(b, \texttt{ack}) = v(d, \texttt{ack}) = \text{true}$, $v(a, \texttt{ack}) = v(c, \texttt{ack}) = v(e, \texttt{ack}) = \text{false}$,
$v(a, \texttt{req}) = v(c, \texttt{req}) = v(d, \texttt{req}) = v(e, \texttt{req}) = \text{true}$, $v(b, \texttt{req}) = \text{false}$.
Anna ne mallin tilat, joissa lause $\neg\mathbf{A}((\neg\mathbf{AX}\texttt{ack})\mathbf{U}(\neg\mathbf{EX}\texttt{req}))$ on tosi.

c) Tutki, onko CTL-lause

$$(P \vee \mathbf{EXEF}P) \rightarrow \mathbf{EF}P$$

on pätevä taulumenetelmällä (P on atomilause).

Relaation R ominaisuuksia:

Refleksiivisyys:	$\forall s(sRs)$
Symmetrisyys:	$\forall s\forall t(sRt \rightarrow tRs)$
Sarjallisuus:	$\forall s\exists t(sRt)$
Transitiivisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \rightarrow sRu)$