T-79.146 **Kevät 2004**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 9
19.3.2004

1. CTL määritellään käyttämällä operaattoreita **A**, **E**, **X** ja **U**, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

$\mathbf{EX}P$: $\neg\mathbf{AX}\neg P$

$\mathbf{AF}P$: $\mathbf{A}(\top\mathbf{U}P)$

$\mathbf{EF}P$: $\mathbf{E}(\top\mathbf{U}P)$

$\mathbf{AG}P$: $\neg\mathbf{EF}\neg P$

$\mathbf{EG}P$: $\neg\mathbf{AF}\neg P$

Anna kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määrävä ehto perusoperaattoreiden tapaan: $\mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}P$ joss $\mathcal{M}, t \models P$ kaikille t, joille sRt.

2. Formalisoi seuraavat lauseet CTL-kielellä.

a) P on tosi nykyisessä tilassa ja Q on tosi jossakin tulevassa tilassa.

b) P on tosi jossakin tulevassa tilassa ja siitä lähtien epätosi kaikissa tulevissa tiloissa.

c) Jos P on tosi missä tahansa kahdessa peräkkäisessä tilassa, niin jälkimmäisestä tilasta lähtien on olemassa tuleva tila, jossa Q on tosi.

d) Jos P on tosi nykyisessä tilassa, niin P pysyy totena, kunnes Q toteutuu. Muussa tapauksessa P:n on toteuduttava korkeintaan kahden askeleen päässä.

e) On olemassa polku, jolla P on tosi, kunnes saavutetaan tila, josta lähtien Q on kaikissa peräkkäisissä tiloissa vuoroin tosi ja vuoroin epätosi.

f) Jos polulla on tila, jossa P on tosi, niin polulla ei ole tilaa, jossa Q tai R ovat tosia.

3. Olkoon $\mathcal{F} = \langle S, R \rangle$, missä

$$\begin{aligned} S &= \{s_0, s_1, s_2\} \qquad\qquad \text{ja} \\ R &= \big\{\langle s_0, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_2\rangle\big\}. \end{aligned}$$

Olkoot P ja Q atomilauseita. Määrittele atomilauseille valuaatio v kehyksen $\mathcal{F}$ maailmoissa s_0, s_1 ja s_2 siten, että kehykseen $\mathcal{F}$ perustuvan mallin $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$ täydelle polulle $x = (s_0, s_1, s_2, s_2, s_2, \ldots)$ pätee

$$\mathcal{M}, x \models P\mathbf{U}Q, \quad \text{mutta} \quad \mathcal{M}, x \not\models Q\mathbf{R}P.$$