

1. CTL määritellään käyttämällä operaattoreita **A**, **E**, **X** ja **U**, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

$$\mathbf{EXP}: \neg \mathbf{AX} \neg P$$

$$\mathbf{AFP}: \mathbf{A}(\top \mathbf{U} P)$$

$$\mathbf{EFP}: \mathbf{E}(\top \mathbf{U} P)$$

$$\mathbf{AGP}: \neg \mathbf{EF} \neg P$$

$$\mathbf{EGP}: \neg \mathbf{AF} \neg P$$

Anna kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määrävä ehto perusoperaattoreiden tapaan: $\mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}P$ joss $\mathcal{M}, t \models P$ kaikille t , joille sRt .

2. Formalisoi seuraavat lauseet CTL-kielellä.

- a) P on tosi nykyisessä tilassa ja Q on tosi jossakin tulevassa tilassa.
- b) P on tosi jossakin tulevassa tilassa ja siitä lähtien epätosi kaikissa tulevissa tiloissa.
- c) Jos P on tosi missä tahansa kahdessa peräkkäisessä tilassa, niin jälkimmäisestä tilasta lähtien on olemassa tuleva tila, jossa Q on tosi.
- d) Jos P on tosi nykyisessä tilassa, niin P pysyy totena, kunnes Q toteutuu. Muussa tapauksessa P :n on toteuduttava korkeintaan kahden askeleen päässä.
- e) On olemassa polku, jolla P on tosi, kunnes saavutetaan tila, josta lähtien Q on kaikissa peräkkäisissä tiloissa vuoroin tosi ja vuoroin epätosi.
- f) Jos polulla on tila, jossa P on tosi, niin polulla ei ole tilaa, jossa Q tai R ovat tosia.

3. Olkoon $\mathcal{F} = \langle S, R \rangle$, missä

$$\begin{aligned} S &= \{s_0, s_1, s_2\} && \text{ja} \\ R &= \{\langle s_0, s_1 \rangle, \langle s_1, s_2 \rangle, \langle s_2, s_2 \rangle\}. \end{aligned}$$

Olkoot P ja Q atomilauseita. Määrittele atomilauseille valuaatio v kehyksen \mathcal{F} maailmoissa s_0, s_1 ja s_2 siten, että kehykseen \mathcal{F} perustuvan mallin $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$ täydelle polulle $x = (s_0, s_1, s_2, s_2, s_2, \dots)$ pätee

$$\mathcal{M}, x \models \mathbf{PUQ}, \quad \text{mutta} \quad \mathcal{M}, x \not\models \mathbf{QRP}.$$