

1. Olkoon  $P$  atomilause ja  $\mathbf{L}$  kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Box P \rightarrow \Diamond P\} \models_{\mathbf{L}} \{\Box\Box\neg P\} \implies \Diamond\Box P$$

ei päde.

2. Olkoot  $P$  ja  $Q$  atomilauseita ja  $\mathbf{L}$  kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Diamond P \vee \Diamond Q\} \models_{\mathbf{L}} \{\neg\Box P\} \implies \Diamond Q$$

ei päde.

3. Osoita, että kaikille  $\mathbf{L}, \Sigma, \Upsilon, P, Q$  pätee:

jos  $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \implies P \wedge \Box P \wedge \Box\Box P \wedge \Box\Box\Box P \rightarrow Q$ ,  
niin  $\Sigma \cup \{P\} \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \implies Q$ .

4. a) Osoita, että jos kehys on transitiivinen, niin  $\Box P \rightarrow \Box\Box P$  on pätevä kehyksessä.  
b) Osoita, että  $\neg\Box P \rightarrow \Box\neg\Box P$  on pätevä jokaisessa euklidisessa kehyksessä.
5. Osoita, että jos kehys on refleksiivinen ja euklidinen, se on myös symmetrinen ja transitiivinen.