T-79.146 Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I **Kevät 2004/IN**
Tentti 10.5.2004

1. a) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa, että logiikka on ratkeava tai puoli-ratkeava.

b) Selitä lyhyesti, mikä on klassinen tautologia modaalilogiikassa. Onko lause $\Box P \rightarrow (\neg\Box P \rightarrow \Box\Box P)$ klassinen tautologia? Perustele vastauksesi.

c) Päteekö mille tahansa lauseelle P, lausejoukoille Σ, Υ ja kehysjoukoille $\mathbf{L}$ ja $\mathbf{L}'$, siten, että $\mathbf{L} \subseteq \mathbf{L}'$: jos $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow P$, niin $\Sigma \models_{\mathbf{L}'} \Upsilon \Longrightarrow P$? Perustele vastauksesi lyhyesti.

2. Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väite paikkansa. Anna (vasta)malli, kun se on mahdollista (P ja Q ovat atomilauseita).

a) $\{\} \models_{\mathbf{S4}} \{\Box(P \rightarrow \Diamond(Q \rightarrow R))\} \Longrightarrow \Diamond(Q \rightarrow (\Box P \rightarrow \Diamond R))$, missä **S4** on refleksiivisten ja transitiivisten kehysten luokka.

b) $\{\} \models_{\mathbf{KB}} \{\} \Longrightarrow \Box\Box(P \rightarrow Q) \rightarrow \Box(\Box P \rightarrow Q)$, missä **KB** on symmetristen kehysten luokka.

c) Kaikilla malleille pätee, että jos lause $\neg\Box P \rightarrow \Box\neg\Box P$ on pätevä mallissa, myös lause $\Box(\Box P \rightarrow P)$ on pätevä mallissa.

3. a) Määrittele, mitä tarkoittaa modaalilogiikalle L annetun todistusmenetelmän virheettömyys (soundius) ja täydellisyys.

b) Insinööri Sörsselsson on kehittänyt joukon uusia todistusmenetelmiä eri modaalilogiikoille. Kehyslogiikalle **D** hänen menetelmällään voidaan todistaa lause $\Box(\Box P \vee \Box Q) \rightarrow \Diamond\Box(P \vee Q)$, missä **D** on sarjallisten kehysten luokka. Mitä voit sanoa tämän perusteella menetelmän virheettömyydestä? Perustele vastauksesi.

c) Insinööri Sörsselsson on huolissaan todistusmenetelmiensä täydellisyydestä. Kehyslogiikalle **T** hänen menetelmällään ei voida todistaa lausetta $\Box\Box P \rightarrow \Box\Diamond\Box P$, missä **T** on refleksiivisten kehysten luokka. Mitä voit sanoa tämän perusteella menetelmän täydellisyydestä? Perustele vastauksesi.

4. a) Olkoon P atomilause.
(i) Anna LTL/CTL-malli, jossa CTL-lause $\mathbf{EF}P$ on pätevä mutta LTL-lause $\mathbf{F}P$ ei ole.
(ii) Anna LTL/CTL-malli, jossa LTL-lause $\mathbf{FG}P$ on toteutuva mutta CTL-lause $\mathbf{AFAG}P$ ei ole.

b) Olkoon $\langle S, R, v\rangle$ tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä $S = \{a, b, c, d, e\}$, $R = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle c, b\rangle, \langle b, d\rangle, \langle d, d\rangle, \langle c, e\rangle, \langle e, e\rangle\}$, $v(d, \mathtt{ack}) = v(e, \mathtt{ack}) = \text{true}$, $v(a, \mathtt{ack}) = v(b, \mathtt{ack}) = v(c, \mathtt{ack}) = \text{false}$, $v(a, \mathtt{req}) = v(d, \mathtt{req}) = \text{true}$, $v(b, \mathtt{req}) = v(c, \mathtt{req}) = v(e, \mathtt{req}) = \text{false}$.
Anna ne järjestelmän tilat, joissa lause $\mathbf{E}((\neg\mathbf{AX}\neg\mathtt{req})\mathbf{U}(\mathtt{ack} \wedge \mathbf{A}(\neg\mathtt{ack}\mathbf{U}(\mathbf{AX}\mathtt{req}))))$ on tosi.

c) Tutki, onko CTL-lause

$$\mathbf{EG}P \rightarrow \mathbf{EXEXEG}P$$

on pätevä taulumenetelmällä.

Relaation R ominaisuuksia:

Refleksiivisyys:	$\forall s(sRs)$
Symmetrisyys:	$\forall s\forall t(sRt \rightarrow tRs)$
Sarjallisuus:	$\forall s\exists t(sRt)$
Transitiivisuus:	$\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \rightarrow sRu)$