T-79.146 **Kevät 2003**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 6
28.2.2003

1. a) Anna lauseelle $\Box P$ (Hilbert-tyylinen) **KD45**-johto lauseesta

$$\Box\Box P$$

(osoita, että $\{\Box\Box P\} \vdash_{\mathbf{KD45}} \emptyset \Longrightarrow \Box P$).

b) Anna lauseelle $\neg\Box\bot$ **S4**-johto.

2. Osoita, että seuraavat lauseet ovat **K**-päteviä antamalla niille modaalilogiikan **K** mukainen taulutodistus.

a) $\Box P \to \Box(Q \to P)$

b) $\Box(P \to Q) \to (\neg\Box\neg P \to \neg\Box\neg Q)$

c) $(\Box P \wedge \Box Q) \to \Box(P \wedge Q)$

3. Tutki taulumenetelmällä, ovatko seuraavat lauseet **K**-päteviä. Jos lause ei ole pätevä, anna malli lauseen negaatiolle.

a) $\Diamond A \to \Box A$

b) $\Diamond\Box A \vee \Box\Diamond\neg A$

c) $(\Box\Box A \to \Box A) \to \Box(\Box A \to A)$

4. Tutki taulumenetelmällä, ovatko seuraavat lauseet **K**-päteviä. Jos lause ei ole pätevä, anna malli lauseen negaatiolle.

a) $\big(\Box(P \to Q) \to \Box(Q \to R)\big) \to \neg\Box(P \to R)$

b) $(\Diamond P \wedge \Diamond Q) \to \Diamond(P \wedge Q)$

c) $\Box(P \wedge Q) \to (\Box P \wedge \Box Q)$