

1. a) Anna lauseelle $\Box P$ (Hilbert-tyylinen) **KD45**-johto lauseesta

$$\Box\Box P$$

(osoita, että $\{\Box\Box P\} \vdash_{\mathbf{KD45}} \emptyset \implies \Box P$).

- b) Anna lauseelle $\neg\Box\perp$ **S4**-johto.

2. Osoita, että seuraavat lauseet ovat **K**-päteviä antamalla niille modaali-logiikan **K** mukainen taulutodistus.

a) $\Box P \rightarrow \Box(Q \rightarrow P)$

b) $\Box(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg\Box\neg P \rightarrow \neg\Box\neg Q)$

c) $(\Box P \wedge \Box Q) \rightarrow \Box(P \wedge Q)$

3. Tutki taulumenetelmällä, ovatko seuraavat lauseet **K**-päteviä. Jos lause ei ole pätevä, anna malli lauseen negaatiolle.

a) $\Diamond A \rightarrow \Box A$

b) $\Diamond\Box A \vee \Box\Diamond\neg A$

c) $(\Box\Box A \rightarrow \Box A) \rightarrow \Box(\Box A \rightarrow A)$

4. Tutki taulumenetelmällä, ovatko seuraavat lauseet **K**-päteviä. Jos lause ei ole pätevä, anna malli lauseen negaatiolle.

a) $(\Box(P \rightarrow Q) \rightarrow \Box(Q \rightarrow R)) \rightarrow \neg\Box(P \rightarrow R)$

b) $(\Diamond P \wedge \Diamond Q) \rightarrow \Diamond(P \wedge Q)$

c) $\Box(P \wedge Q) \rightarrow (\Box P \wedge \Box Q)$