T-79.146 **Kevät 2003**
Logiikka tietotekniikassa: erityiskysymyksiä I
Laskuharjoitus 4
7.2.2003

1. Olkoon P atomilause ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Box P \to \Diamond P\} \models_{\mathbf{L}} \{\Box\Box\neg P\} \Longrightarrow \Diamond\Box P$$

ei päde.

2. Olkoot P ja Q atomilauseita ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Diamond P \vee \Diamond Q\} \models_{\mathbf{L}} \{\neg\Box P\} \Longrightarrow \Diamond Q$$

ei päde.

3. Osoita, että kaikille $\mathbf{L}, \Sigma, \Upsilon, P, Q$ pätee:

jos $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow P \wedge \Box P \wedge \Box\Box P \wedge \Box\Box\Box P \to Q$,
niin $\Sigma \cup \{P\} \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow Q$.

4. a) Osoita, että jos kehys on transitiivinen, niin $\Box P \to \Box\Box P$ on pätevä kehyksessä.

b) Osoita, että $\neg\Box P \to \Box\neg\Box P$ on pätevä jokaisessa euklidisessa kehyksessä.

5. Osoita, että jos kehys on refleksiivinen ja euklidinen, se on myös symmetrinen ja transitiivinen.